Der optimale Investitionszeitpunkt der Unternehmen im Konjunkturverlauf

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines Doktors
der
Wirtschafts- und Gesellschaftswissenschaften
durch die
Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu
Bonn

vorgelegt von

Business Administration, M.A.
KEE DUG LEE
aus Seoul/Korea

Bonn 1976

Tag der Promotion: 21. Juni 1976

Der optimale Investitionszeitpunkt der Unternehmen im Konjunkturverlauf

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Grades eines Doktors
der
Wirtschafts- und Gesellschaftswissenschaften
durch die
Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
zu
Bonn

vorgelegt von

Business Administration, M.A.
KEE DUG LEE
aus Seoul/Korea

Bonn 1976

Tag der Promotion: 21. Juni 1976

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dekan : Professor Dr. Walter Gerhard
Erstreferent : Professor Dr. Dr. h.c. Horst Albach
Zweitreferent : Professor Dr. Hermann Sabel

Tag der mündlichen Prüfung : 24. Juni, 5., 19. Juli 1976

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Problemstellung 4

2.1. Zur konjunkturorientierten unternehmerischen Investitionspolitik 4

2.1.1. Die prozyklische Investitionspolitik 4

2.1.2 Die antizyklische Investitionspolitik 7

2.1.3 Die nicht-zyklische Investitionspolitik 11

2.2 Zur Formulierung des Problems 13

2.2.1 Das Problem der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für ein einzelnes Projekt während einer Konjunkturphase 13

2.2.2 Das Problem der Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms für mehrere Projekte 18

3. Modell zur Lösung der gestellten Probleme 21

3.1 Das Modell für die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes 21

3.1.1 Grundmodell 21

3.1.1.1 Der Zusammenhang zwischen den Zeitreihen der Bestimmungsfaktoren der Investition und den Konjunkturschwankungen 21

3.1.1.2 Zur Formulierung des Modells 28

3.1.2 Die Definition des kritischen Zeitpunktes zur Durchführung einer Investitionspolitik 36

3.1.2.1 Zur Eigenschaft der Kostenfunktion 36
3.1.2.2 Zum kritischen Zeitpunkt 39
3.1.3 Die Herleitung der Kriteriumsfunktion für die Bestimmung des kritischen Niveaus der Investitionsausgaben 44
3.2 Der dynamische Programmierungsansatz zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms 45
3.2.1 Umformulierung der binären Variablen X_{it} 45
3.3.2 Formulierung des Lösungsansatzes 47
4. Der optimale Investitionszeitpunkt im Konjunkturverlauf 51
4.1 Die optimalen Investitionszeitpunkte während des Aufschwungs 51
4.1.1 Zur Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für ein einzelnes Projekt 51
4.1.1.1 Vorbemerkungen 51
4.1.1.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt 52
4.1.1.3 Zahlenbeispiel zu 4.1.1.2 61
4.1.2 Zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms 73
4.1.2.1 Methodische Vorbemerkungen 73
4.1.2.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte für mehrere Projekte 76
4.1.3 Ergebnisse 89
4.2 Der optimale Investitionszeitpunkt während des Abschwungs
4.2.1 Zur Bestimmung des optimalen Zeitpunktes für die einzelne Investitionsmaßnahme 90

4.2.1.1 Vorbemerkungen 90
4.2.1.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte 95
4.2.1.3 Zahlenbeispiel zu 4.2.1.2 107
4.2.2 Zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms für mehrere antizyklische Investitionsmaßnahmen 119
4.2.2.1 Methodische Vorbemerkungen 119
4.2.2.2 Die Berechnung des optimalen Zeitpunktes für mehrere antizyklische Investitionsmaßnahmen 121
4.2.3 Ergebnisse 132
5. Schlußbemerkungen 134

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41523717_0003

1. Einleitung

Mit der Durchführung einer Investition will ein Unternehmen seine Zahlungsströme in bestimmter Weise beeinflussen. Nun hängen diese aber nicht nur von Umfang und Zeitpunkt der Investition, sondern auch von Faktoren ab, die für das Unternehmen im wesentlichen exogen sind wie z.B. Nachfrage, Preise der Rohstoffe und Anlagen, Zinsen und Löhne. Größe und Zeitpunkt der geplanten Investitionen kann sich nachträglich als "falsch" erweisen, wenn sich die Investitionsausgaben und die Einnahmeüberschüsse aufgrund unvorsehbarer Änderungen der genannten Faktoren anders als geplant entwickeln. Wie im dritten Kapitel näher ausgeführt wird, können Veränderungen dieser Faktoren konjunkturell bedingt sein oder doch in Zusammenhang mit den Konjunkturschwankungen stehen. Es ist deshalb eine fundamentale Notwendigkeit für die Unternehmensführung, die Konjunkturschwankungen und die von ihnen verursachten Veränderungen dieser Faktoren bei ihren Investitionsplanungen zu berücksichtigen.[1)]

Die konjunkturellen Änderungen können in der Regel weder vom volkswirtschaftlichen noch vom betriebswirtschaftlichen Standpunkt aus exakt vorhergesehen werden. Somit sind diese Änderungen für eine Planung im Rahmen der einzelwirtschaftlichen oder gesamtwirtschaftlichen Politik kaum erfaßbar. Trotzdem werden ständig unternehmerische Investitions- und Absatzplanungen, Produktionsprogramme und Kapitalbudgetrechnungen von diesen wirtschaftlichen Schwankungen berührt.

---

1) Ortlieb, H.D., Prognose der wirtschaftlichen Entwicklung als Entscheidungshilfe für die Unternehmung in: Jacob, H., Aktive Konjunkturpolitik der Unternehmung, Wiesbaden 1967, S. 44.

Der Unternehmer steht als idealer homo oeconomicus vor einer unsicheren Zukunft. Er weiß nicht genau, wann ein bestimmtes Stadium der Konjunktur beginnt bzw. ausläuft, und damit auch nicht, wann die dem Konjunkturverlauf entsprechenden Investitionen durchzuführen sind[1].

Diese Ungewißheit und die konjunkturell bedingten Veränderungen der Bestimmungsfaktoren der Investitionen werden dennoch in den MARGLINSCHEN[2], SCHNEIDERSCHEN[3] und CHURCHMANSCHEN[4] Bestimmungsfunktionen nicht einbezogen. Sie gehen vielmehr von der unzulässigen Annahme aus, daß Preise aller Kostenfaktoren und des Zinssatzes konstant sind, und daß der Planungshorizont unbegrenzt ist. Da diese Annahme im Konjunkturverlauf nicht mehr haltbar ist, führt eine Investitionsentscheidung gemäß den traditionellen Optimierungskriterien leicht zu Fehlentscheidungen.

Die vorliegende Arbeit wird deshalb versuchen,
1. ein Modell zu entwickeln, in dem alle Faktoren erfaßt werden, die die Lage des optimalen Investitionszeitpunktes beeinflussen;

2. theoretische Kriterien zu entwickeln, die geeignet sind, das Problem der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes während einer Konjunkturphase zu lösen und

---

1) Vgl. hierzu Büschgen, H.E., Das Unternehmen im Konjunkturwandel, Berlin-Bielefeld-München 1971, S. 33.

2) Marglin, S.A., Approaches to Dynamic Investment Planing, Amsterdam North-Holland 1963, P. 16-21.

3) Schneider, E., Wirtschaftlichkeitsrechnung, 8.Aufl., Tübingen-Zürich 1968, S. 89-97.

4) Churchman, C.W., Ackoff, K.L. und Arnoff, E.L., Operations Research, Eine Einführung in die Unternehmensforschung, 3. Aufl., Wien-München 1966, S. 442-447.

3. einen Lösungsansatz zu entwickeln, mit dem das optimale Investitionsprogramm der geplanten mehreren Projekte während einer Konjunkturphase unter Berücksichtigung der betriebs-endogenen Beschränkungen und unter Rentabilitätsgesichtspunkten errechnet werden.

Um die speziellen Probleme der Errechnung der optimalen Investitionszeitpunkte und des Investitionsprogramms im Konjunkturverlauf zu analysieren, genügt es, die Untersuchung auf die oben angeführten Probleme zu begrenzen. Von der Betrachtung seien hier Fragen ausgeklammert, die sich auf die Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes beziehen, insbesondere also die Untersuchung der optimalen Nutzungsdauer von Anlagen beim technischen Fortschritt und Verschleiß.

Im zweiten Kapitel wird das Problem der vorliegenden Untersuchung formuliert. Ausgehend hiervon ist das dritte Kapitel der Entwicklung des Modells gewidmet und bildet damit eine Grundlage der Lösungsvorschläge für eine am Konjunkturverlauf orientierte unternehmerische Investitionspolitik. Im vierten Kapitel werden die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt im Konjunkturverlauf mit Hilfe des Modells errechnet. In diesem Kapitel werden zugleich das optimale Investitionsprogramm für die mehreren Projekte im Konjunkturverlauf durch den entwickelten dynamischen Programmierungsansatz errechnet.

2. Problemstellung

2.1 Zur konjunkturorientierten unternehmerischen Investitionspolitik

Wir unterscheiden mit Bezug auf die mögliche Richtung der Betriebsinvestitionen im Konjunkturverlauf drei Arten - prozyklische, antizyklische und nichtzyklische Investitionspolitik -, obgleich diese in der Praxis nicht so scharf abzugrenzen sind wie in einer theoretischen Untersuchung.

2.1.1 Die prozyklische Investitionspolitik

a. Definition

Die unternehmerischen Entscheidungen und Produktions- und Investitionsvolumen orientieren sich nicht nur an der gegenwärtigen Situation des Umsatzes oder Gewinnes, sondern auch an der zukünftigen Entwicklung dieser Größen. Wegen der herrschenden Unsicherheit ist es nicht die objektive zukünftige Situation, sondern die Zukunftserwartung, an der sich die unternehmerische Entscheidung u.a. orientiert. Die Zukunftserwartung ändert sich im Zeitablauf und wird oft aufgrund des "Social-Learnings" - gesellschaftlicher Veränderungen, derBörsenentwicklung, des Einflusses der Verbände, der Presse und anderer Kommunikationsmittel - in eine bestimmte optimistische oder pessimistische Richtung gelenkt.

Beispielsweise werden vereinzelte Nachrichten über Konkurse, Absatzschwierigkeiten und dergleichen, besonders wenn noch die eigenen Umsätze kurzfristig hinter den Erwartungen zurückbleiben, plötzlich viel ernster bewertet als bisher, und die allgemeine Zukunftserwartung wird vorsichtiger und pessimistischer. In dieser Situation werden die Unternehmensführungen bestrebt sein, für die zu erwartende Depression Vorsorge zu tragen. Sie sind nicht mehr so risikofreudig und möchten aus Sicherheitsgründen höhere Liquiditätsreserven für die Zukunft

bilden. Sie beginnen zu sparen und insbesondere ihre Investitionen einzuschränken. Wenn auch die Liquiditätsreserven nicht sofort durch Kürzung oder Aufschub der Investitionsvorhaben vermehrt werden können, wird doch der Abfluß weiterer Mittel gebremst.
Im Gegensatz dazu beurteilt die Unternehmung bei günstiger Konjunktur ihre Gewinn- und Absatzchanchen optimistisch.
In einer wachsenden Wirtschaft, in der noch keine Anzeichen für einen Konjunkturrückgang zu erkennen sind, werden sich die Unternehmen, da sie ihre Wachstumsraten nicht durch Konkurrenten gefährdet sehen, kaum bereit finden, ihr Investitionsvolumen freiwillig einzuschränken [1].
Dieses Investitionsverhalten kann als prozyklische Investitionspolitik definiert werden.

b. Arten

Im Konjunkturverlauf wirken sich nicht nur die Zukunftserwartungen bezüglich Umsatz oder Gewinn auf die unternehmerische Investitionspolitik aus, sondern von erheblicher Bedeutung sind auch die quantitativen und qualitativen Änderungen der Nachfrageseite, an die sich die Unternehmen anpassen müssen, um eine möglichst vorteilhafte Investitionspolitik durchzuführen. Produkte geringer Qualität unterliegen in der Hochkonjunktur einem gewissen "depressiven Effekt", der damit erklärt werden kann, daß sich die Nachfrage, vor allem in den unteren Einkommensstufen, aufgrund von Einkommenssteigerungen höherwertigen Erzeugnissen zuwendet [2].
Unternehmen, die sich auf eine Produktion niedriger Qualitätsstufe eingestellt haben, werden daher in der Hochkonjunktur kaum mit stark anwachsenden Umsätzen rechnen können. Dagegen werden Unternehmungen, die Produkte hochwertiger Qualität herstellen, einen steigenden Umsatz zu verzeichnen haben. In einer Rezession aber

---

[1] Vgl. hierzu Büschgen, H.E., Das Unternehmen im Konjunkturwandel a.a.O., S. 117.

[2] Vgl. hierzu Düspohl, H., Konjunkturschwankungen als Problem der Absatzpolitik, Diss. Köln 1962, S. 104 ff.

werden die Bezieher niedriger Einkommen nach einer gewissen zeitlichen Verzögerung ihren Konsum wieder auf Güter geringer Qualität umstellen.
Das Wachstum bzw. der Rückgang der Nachfrage wird sich deshalb bei Unternehmen, die Produkte hoher Qualität anbieten, im Konjunkturverlauf in weitaus stärkerem Maße verändern als bei Unternehmungen mit Erzeugnissen geringer Qualität, bei denen die Nachfrageentwicklung relativ ausgeglichen ist. Daher sind die zuerst genannten Unternehmungen dazu gezwungen, über die stark erhöhte Zuwachsrate der Nachfrage in der Hochkonjunktur entsprechend hohe Gewinne zu erwirtschaften, um den überproportionalen Nachfragerückgang im Konjunkturabschwung überbrücken zu können. Außerdem sollte die quantitative Elastizität ihrer Fertigung möglichst groß sein. Dieses Verhalten kann zu einem prozyklischen Einsatz der Finanzmittel führen.
Einen prozyklischen Charakter weist auch die Gestaltung des Werbebudgets einer Unternehmung auf. Denn im unternehmerischen Denken herrscht die Meinung vor, daß der Werbeaufwand proportional zum Umsatz bzw. zum Gewinn sein sollte. Dieses prozyklische Verhalten ist aber sowohl vom konjunkturpolitischen als auch vom unternehmerischen Standpunkt aus problematisch.
Wie bereits erörtert, versuchen die Unternehmer, ihre Gewinne im konjunkturellen Aufschwung zu steigern, und sie im Abschwung zu wahren. Für dieses Ziel werden die Investitionsausgaben im Aufschwung forciert, im Abschwung verlangsamt oder gar eingestellt. Diese Verhaltensweise der unternehmerischen Investitionspolitik nennt Bonaventura[1] prozyklische Investitionspolitik der Unternehmung im Konjunkturverlauf.

---

[1] Bonaventura, E., Der Zusammenhang zwischen der Investitionspolitik der Betriebe und den Konjunkturschwankungen, Diss., Donauwörth 1963, S. 52.

2.1.2 Die antizyklische Investitionspolitik

a. Begriff

Oft thesaurieren die Unternehmen die in der Prosperität verdienten Gewinne. Gleichzeitig durchdenken sie anhand eigener Erfahrungen Möglichkeiten und Maßnahmen der Rezessionsabwehr, wenn Anzeichen eines Konjunkturrückganges erkennbar sind. Um einen Teil des durch die Rezession verursachten Absatzverlustes auszugleichen oder auch nur die Liquidität zu erhalten, kann der gezielte Einsatz mehrerer Instrumente erforderlich sein. Werden die für Maßnahmen der Rezessionsabwehr erforderlichen Investitionen aus Gewinnen finanziert, die im Konjunkturaufschwung angesammelt wurden, kann man von einer antizyklischen Investitionspolitik sprechen. Im folgenden soll untersucht werden, welche Maßnahmen die Unternehmen ergreifen können, um von sich aus zur Rezessionsdämpfung beizutragen. Im Zusammenhang hiermit werden die Grundsätze antizyklischer Investitionspolitik herausgearbeitet.

b. Arten

1. Werbung

Durch den Einsatz der Werbung könnte zunächst versucht werden, auf die im Konjunkturrückgang verminderte Neigung zum Konsum einzuwirken. Eine Absatzbelebung wird gerade auf der Talsohle durch verstärkte Werbung angestrebt, wenn es gilt, die Rezession erfolgreich zu überwinden.

In diesem Fall ist die Werbepolitik der Unternehmen antizyklisch konzipiert. Empirische Untersuchungen haben gezeigt, daß starke Werbeaufwendungen tatsächlich bremsend auf die Rezession des Umsatzes von Verbrauchsgütern wie "Bier

und alkoholfreien Getränken" gewirkt haben [1].

Dieser antizyklische Einsatz der Werbemittel scheint zwar in Zeiten beginnender Rezession beschwerlicher und risikoreicher, kann aber in hohem Maße bewirken, daß sowohl neu eingeführte oder modifizierte Produkte als auch auf dem Markt bereits vorhandene Produkte von der Rezession nicht erfaßt werden. In diesem Sinne kann eine Kürzung der Werbeaufwendungen in der Rezession die gefährlichste Art des Sparens sein.

2) Produktinvestition

Die Konsumenten neigen in der Rezession zu einer pessimistischen Einstellung, die sie veranlaßt, ihre Konsumgewohnheiten zu überdenken, und i.d.R. auf billigere Produkte überzugehen. Die Unternehmen versuchen den durch dieses Konsumentenverhalten abnehmenden Umsatz durch ein erweitertes Angebot von Produktvarianten zu kompensieren. Die Produktvariation umfaßt Änderungen technischer, ästhetischer und anderer Eigenschaften der bereits angebotenen Produkte. Sie schließt auch ein, daß von einem Erzeugnis mehrere Muster, Typen, Qualitäten und Dessins produziert werden oder daß die Unternehmung eine Erweiterung ihres Verkaufsprogramms vornimmt (Sortimentsgestaltung) [2].

Der Produktgestaltung kommt im Konjunkturverlauf eine erhebliche Bedeutung zu, da durch sie Umsatzrückgänge gebremst und damit auch ein zu starkes Absinken des Beschäftigungsniveaus verhindert werden kann. Investitionen,

---

[1] Vgl. hierzu Hierte, K., Wie kann durch Werbung und sonstige aktive Marketing-Verkausanstrengungen der Wirkung einer Rezession begegnet werden? in: Jacob, H., Unternehmenspolitik bei schwankender Konjunktur, Wiesbaden 1967, S. 74-98.

[2] Vgl. Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 2. Der Absatz, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1967, 10. Aufl., S. 375.

die der Produktgestaltung dienen, können Produktinvestitionen genannt werden [1]. Sie haben nur im betrachteten Fall antizyklischen Charakter.

3) Diversifikation

Die Frage. ob einer beginnenden Rezession mit erhöhter Diversifikation begegnet werden sollte, kann nicht generell verneint werden. Der stagnierende Inlandsmarkt regt zur verstärkten Tätigkeit auf Exportmärkten an. Hierbei handelt es sich um eine Form der räumlichen Diversifikation [2]. Erfolgreich kann die räumliche Diversifikation aber nur sein, wenn die Konjunktur im Ausland phasenverschoben zu der im Inland verläuft. Für eine räumliche Diversifikation ist es eventuell erforderlich, Exportgemeinschaften zur Erhöhung des Exportvolumens oder Bedarfsgruppen zu bilden sowie Investitionen im Ausland durchzuführen. Zum anderen versuchen Unternehmen durch branchenmäßige Diversifikation ihre Umsatz- bzw. Gewinnlage im Konjunkturverlauf zu stabilisieren. Dazu zählt:

1) die gleichzeitige Herstellung von Investitions- und Konsumgütern
2) die Kombination von Auftragsfertigung und Herstellung von Massenprodukten
3) die Kombination von Produkten mit stark konjunkturreagibler Nachfrage mit solchen, deren Nachfrage im Konjunkturverlauf relativ gleich bleibt.

---

[1] Vgl. hierzu Dean, J., Capital Budgeting, Columbia University Press, New York 1951, S. 138.

[2] Miller, S.S., The Management Problems of Diversification, New York-London 1963; Andrews, K.R., Product Diversification, Harvard Business Review (im folgenden HBR abgekürzt), Vol. 29 No. 7, July 1951, S. 91-107; Ansoff, J.H., Strategies for Diversification, HBR, Vol. 35, No. 5, Sep./Oct. 1963, S. 67-73.

Zu 1): Die hier genannte Diversifikation kann mit dem Einkaufsverhalten der Konsumenten begründet werden. Während die Ausgaben für kurzlebige Konsumgüter relativ stabil sind, können die Ausgaben für dauerhafte Konsumgüter je nach der finanziellen Lage der Konsumenten für eine bestimmte Zeit gedrosselt oder in die Zukunft verschoben werden. Infolge dieser Neigung sind die Zuwachsraten der Investitionsgüterindustrie weit stärker als die der Verbrauchsgüterindustrie konjunkturell bedingten Rückschlägen unterworfen[1]. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Konjunkturreagibilität ist also eine Produktion beider Gütergruppen zur Stabilisierung des Umsatzes ratsam.

Zu 2): Der Abnehmer wird mit den ersten Anzeichen des Abschwunges seine Aufträge zur Beschaffung der Produkte einschränken. Daher sind Umsatz bzw. Gewinn im Rahmen der Auftragsfertigung im Konjunkturverlauf unbeständig. Die Unternehmen sind deshalb geneigt, ihre Auftragsfertigung mit der Herstellung von Massenprodukten zu kombinieren, die einer unbestimmten Abnehmerschaft angeboten werden und deren Absatz vom Konjunkturrückgang relativ geringfügig beeinflußt wird. Damit können die Unternehmen die Stabilisierung ihrer Umsatz- und Gewinnlage im Konjunkturverlauf gewährleisten.

Zu 3): Produkte, deren Nachfrage im Zeitablauf verhältnismäßig schnell anwächst, erwirtschaften höhere Gewinne. Da diese höheren Gewinne einen starken Wettbewerb auf dem Markt dieses Produktes verursachen, versuchen die Unternehmen, die diese Produkte herstellen, ihren Gewinn im Konjunkturverlauf rasch zu steigern. In diesem Fall beginnt die Nachfrage dieser Produkte noch vor dem erwarteten Zeitpunkt der kommenden Rezession abzunehmen, weil das Sättigungsniveau der Nachfrage schnell erreicht ist. Aus diesem Grund sind die Unter-

---

1) Hierte, K., a.a.O., S. 8o.

nehmer bestrebt, durch eine Kombination dieser Produkte mit solchen, deren Umsatz im Konjunkturverlauf stetig anwächst (wie z.B. Düngemittel und Erdöl), ihre Umsatz- oder Gewinnentwicklung zu stabilisieren.

Diese Depressionsinvestitionen weisen folgende Vorteile auf: Mit forschreitendem Konjunkturabschwung fallende Investitionsgüterpreise und Zinssätze sowie die Möglichkeit einer sorgfältigeren Investitionsplanung und besseren Beratung durch die Lieferanten. Es sei hinzugefügt, daß ungenutzte Kapazitäten der Lieferanten und die in der Depression geringere Gefahr, die Absatzmöglichkeiten allzu optimistisch einzuschätzen (wie das vielfach in der Hochkonjunktur der Fall ist), ebenfalls Vorteile bringen.

Als mögliche Nachteile dieser "Depressionsinvestitionen" sind zu nennen:

1) das Risiko, daß die im Abschwung gekauften Anlagen im nächsten Konjunkturaufschwung bereits wieder veraltet sind
2) die geringere Auslastung der Maschinen in der Depression bei gleichzeitigen hohen fixen Kosten.

2.1.3 Die nichtzyklische Investitionspolitik

Große Unternehmungen sind heute dazu gezwungen, ihre Forschungsprogramme unter strategischen Gesichtspunkten[1] oder infolge des Wettbewerbs zu intensivieren und auch in der Zukunft aufrechtzuerhalten. Sie müssen daher ihre Forschungsabteilungen und ihren Stab an Entwicklungsingenieuren immer mehr ausbauen. Auf der anderen Seite erfordert die Neuschöpfung von Produkten immer längere Ausreifungsperioden.

Aus diesen beiden Tatsachen geht hervor, daß die durch den technischen Fortschritt hervorgerufenen Investitionsausgaben auch bei einem Wirtschaftsabschwung nicht eingestellt werden können. Das heißt, Investitionen für Forschungszwecke finden ohne Rücksicht auf die jeweilige konjunkturelle Lage statt.

---

[1] Vgl. hierzu Dean, J., Capital Budgeting, a.a.O., S. 14o

Auf der anderen Seite gibt es Branchen, deren Produktion stets stärker als der Durchschnitt der gesamten Industrie zunimmt[1]. Diese Branchen unterliegen also einem besonders starken und relativ gleichmäßigen Wachstumstrend. Als Beispiel für eine Wachstumsindustrie erwies sich die Erdölgewinnung für den Untersuchungszeitraum 1950 - 1960[2]. Auch die Elektrizitätswirtschaft entwickelte sich bisher weitgehend unabhängig von konjunkturellen Einflüssen.

Diese Wirtschaftszweige haben eine vergleichsweise bessere Übersicht über die zükünftige Nachfrage- und Kostenentwicklung als andere, denn die Nachfrage nach Energie und Erdöl hat sich langfristig gleichmäßig entwickelt. Eine langfristige Investitionsplanung in diesen Branchen kann deshalb ohne Risiko an dem Wachstumstrend ausgerichtet werden. Demnach kann die Energiewirtschaft ihre Investitionen ohne Rücksicht auf Konjunkturschwankungen durchführen und gleichmäßig im Zeitablauf verteilen. Diese durch Trenderwartungen motivierte Investitionspolitik ist eine nichtzyklische Investitionspolitik, die auf lange Frist zu planen hat[3].

---

1) Vgl. Ortlieb, H.D., Prognose der wirtschaftlichen Entwicklung als Entscheidungshilfe für die Unternehmung, in: Jacob, H., Aktive Konjunkturpolitik der Unternehmung, Wiesbaden 1968, S. 25-26.

2) Mertens, D., Wachstumsindustrien, Ein Beitrag zur partiellen Konjunkturbeobachtung, in: Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, herausg. vom Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung, Berlin 1960, Drittes Heft, S. 283.

3) Vgl. hierzu Chazeau, M.G. de, Regularization of Fixed Capital Investment by the Industrial Firm, in: National Bureau of Economic Research; "Regularization of Business Investment", Princeton 1954, S. 82; Chazeau meint zu nichtzyklischer Investitionspolitik:"A Policy of regularization of capital outlays for the individual firm, therefore, means that those expenditures that are made primarily for longrun purposes rather than for short-term markets should be programmed and executed without regard to the behaviour of short-term markets. It is a noncyclical, rather than a countercyclical policy".

2.2 Zur Formulierung des Problems

Die Unternehmen versuchen, ihre Investitionspolitik so der konjunkturellen Lage anzupassen, daß einerseits die Gewinne maximiert werden, andererseits das finanzielle Gleichgewicht der Unternehmung gewahrt bleibt. Dabei steht nun die Unternehmensführung folgenden zwei Problemen gegenüber[1]:

1. Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes des einzelnen Projektes bei einer Investitionspolitik während einer Konjunkturphase
2. Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms mehrerer Projekte während einer Konjunkturphase, wobei gleichzeitig der optimale Vornahmezeitpunkt und die optimalen Investitionsausgaben bestimmt werden.

Im folgenden werden diese beiden Probleme genauer analysiert.

2.2.1 Das Problem der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für ein einzelnes Projekt

Da die gesamtwirtschaftliche Entwicklung unsicher und Schwankungen ausgesetzt ist, kann die Unternehmensführung den zeitlichen Ablauf der Konjunktur und ihren Scheitelpunkt kaum vorhersehen[2]. Dennoch sind die Bestimmungsfaktoren[3] der Investition konjunkturell bedingt oder stehen im Zusammenhang mit den Konjunkturschwankungen. Änderungen dieser Größen führen zu einer Veränderung der erwarteten Zahlungsströme des Unternehmens.

---

1) Die vorliegende Untersuchung geht von der Annahme aus:
1. Die Entscheidung wird zunächst getroffen, ob das geplante Investitionsprojekt durchführen kann.
2. Das Projekt wird dann tatsächlich vorgenommen.

2) Büschgen, H.E., a.a.O., S. 33.

3) Hierbei seien als Bestimmungsfaktoren genannt: Nachfrage, Preis der Produkteinheit, Preis der Rohstoffe und Anlage, Zinsen und Löhne.

Zur Durchführung der Investitionspolitik soll daher die Unternehmensführung zunächst durch Konjunktur- und Marktbeobachtungen die zukünftige Entwicklung der Bestimmungsfaktoren der Investitionen analysieren. Bei dieser Analyse müssen die möglichen Investitionsmaßnahmen (X_1, X_2, ..., X_I) herausgesucht werden. Um die angeführten zwei Ziele [1] der Investitionspolitik zu erreichen, stellt sich nun die Frage für die Unternehmensführung, zu welchem Zeitpunkt sie während des Aufschwungs oder des Abschwungs ein einzelnes Investitionsprojekt i, i= 1,2..., I, vornehmen soll, und wie groß dessen Ausgabe sein soll.

Wie aus der Abb. 1 zu ersehen, ist diese Frage das erste Problem bei der Durchführung der unternehmerischen Investitionspolitik. Nun soll diese Frage formalisiert werden.

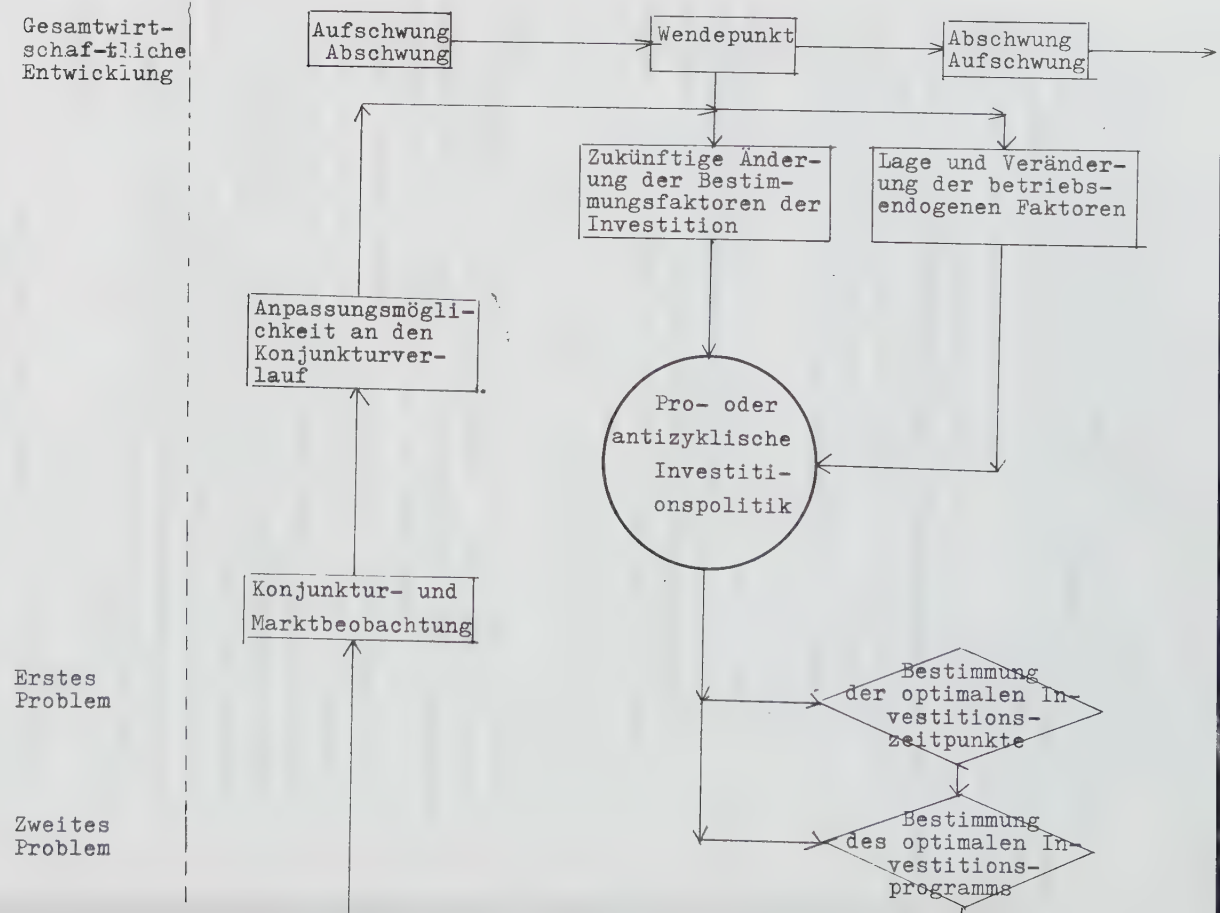
a. Definition der Zeitvariable

Bevor die angeführte Frage formalisiert wird, soll zunächst die Zeitvariable für die weiteren Untersuchungen definiert werden. Zunächst wird t^- als unterer konjunktureller Scheitelpunkt und t^+ als oberer konjunktureller Scheitelpunkt definiert. Wie in 3.1.1.1 ausgeführt wird, beginnt der Aufstieg des Investitions- und Rohstoffpreises 6 oder 7 Monate vor dem unteren Scheitelpunkt. Die Preise dieser Faktoren beginnen wieder 6 oder 7 Monate vor dem Rückgang der Konjunktur zu sinken. Diese Tatsache wird in der definierten Zeitvariable wie folgt einbezogen, da dies bei der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes berücksichtigt werden soll: t^-_{-n}, $n\in(1,2,.....,7)$.
Dies bezeichnet den n-ten Zeitpunkt vor dem erwarteten unteren konjunkturellen Scheitelpunkt. Ebenso bedeutet t^+_{-n}, $n\in(1,2,...,7)$, den n-ten Zeitpunkt vor dem erwarteten oberen konjunkturellen Scheitelpunkt.

---

1) Die beiden Ziele sind Maximierung des Gewinns und das finanzielle Gleichgewicht der Unternehmung in jedem Zeitpunkt einer Konjunkturphase. Vgl. hierzu Albach, H., Investition und Liquidität, Wiesbaden 1962, S.50.

Abb. 1 Der Bestimmungsprozeß des optimalen Investitionszeitpunktes im Konjunkturverlauf



Im Zusammenhang hiermit kann eine Konjunkturphase so gekennzeichnet werden [1]:

I) $(t^{-}_{-n}\ ,\ t^{+}) = T^{+}$ $\Longleftrightarrow$ Aufschwungsphase

II) $(t^{+}_{-n}\ ,\ t^{-}) = T^{-}$ $\Longleftrightarrow$ Abschwungsphase

b. Problem

Die Unternehmensführung soll durch Konjunktur- und Marktbeobachtung untersuchen, ob zu einem zukünftigen Zeitpunkt die bereits herausgefundenen Investitionsprojekte vorgenommen werden können. Daher soll eine Bestimmungsfunktion hergeleitet werden, in die die konjunkturelle Lage und die dadurch verursachten Veränderungen der Bestimmungsfaktoren der Investition einbezogen werden können. Hierfür wird zunächst angenommen, daß die Einnahmeströme γ_{it} des Projekts i in t abhängig von der Nachfrage Q_{it}, dem Preis der Endprodukte p_{it} und den Kosten der Produkteinheit k_{it} sind. Unter dieser Annahme kann wie folgt formuliert werden:

$$(2.1) \qquad \gamma_{it} = E_{it}(Q_{it}, p_{it}, k_{it}) \ , \ i=1,2,-----,I.$$

Dies ist also die Höhe der Einnahmeströme zum Zeitpunkt t, wenn das Projekt i zum Zeitpunkt t vorgenommen wurde. Somit kann ihr gegenwärtiger Wert formal wie folgt beschrieben werden:

$$\sum_{j=t}^{J} E_{ij}(1+\rho)^{1-j} \quad ^{2)}$$

Dabei ist ρ der vorgegebene Diskontierungszinsfuß (Kalkulations-

---

1) Aufgrund der Definition in 2.2.1. - a soll hierbei n = 7 sein.

2) i) Hierbei ist der Investitionszeitpunkt t noch nicht bestimmt, sondern soll je nach der Konjunkturlage bestimmt werden. Daher wird die Gegenwartseinanhme wie oben bezeichnet.
ii) Zum gegenwärtigen Zeitpunkt t=1 können die Einnahmeströme als sicherer Wert angesehen werden. Aus diesem Grund wird hierbei der Diskontfaktor als $(1+\rho)^{1-t}$ bezeichnet.

zinsfuß) des i-ten Projekts und J-t dessen Lebensdauer. Ferner sind zum Zeitpunkt $t \in T^+$ oder T^- die durch den Einfluß der Konjunktur verursachten Kosten $K_w(t)$ [1] zu berücksichtigen, die eine Funktion der Zeitvariablen t sind. Wenn diese Kosten vom Gegenwartswert der Einnahmeströme abgezogen werden, so erhält man

$$(2.2) \quad \sum_{j=t}^{J} E_{ij}(1+\rho)^{1-j} - K_w(t).$$

Mit Hilfe dieses Ausdrucks kann man das bereits angeführte Problem der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes $t \in T^+$ oder T^-, $t=1,2,\text{---------},N$, für ein einzelnes Projekt und der möglichen Investitionsausgaben während einer Konjunkturphase wie folgt formalisieren:
Man maximiere die Zielfunktion

$$(2.3) \quad C_i(t,\bar{A}_{it}) = -\bar{A}_{it}(1+\rho)^{1-t} + \sum_{j=t}^{J} E_{ij}(1+\rho)^{1-j} - K_w(t)$$ [2]

bezüglich t und $\bar{A}_i$ unter Berücksichtigung der Nebenbedingung:

$$(2.4) \quad t^+_{-n} \leq t < t^- \quad \text{oder} \quad t^-_{-n} \leq t < t^+$$ [3]

---

[1] Auf diese Kosten wird im dritten Kapitel näher eingegangen.

[2] Mit dieser Zielfunktion ist die Begründung des Ausdrucks von $\sum_{j=t}^{J} E_{ij}(1+\rho)^{1-j}$ verdeutlicht. Vgl. hierzu die Bestimmungsfunktion von Marglin; Marglin, S.A., Approaches to Dynasmic Investment Planing, a.a.O., S. 18.

[3] Vgl. hierzu die Fußnote auf der Seite 16.

2.2.2 Das Problem der Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms

Als zweite Stufe zur Durchführung der Investitionspolitik müssen in allen abgeleiteten optimalen Investitionspunkten $t, t = 1,2,\ldots N$, berücksichtigt werden

1) die betriebsendogenen Beschränkungen wie z. B. Budgetbeschränkungen usw. und
2) welches der alternativen Investitionsprojekten die höchstmögliche Rentabilität erzielt.

Es soll daher hier die Frage geklärt werden, zu welchem Zeitpunkt von bereits abgeleiteten Investitionspunkten welche unter Rentabilitätsgesichtspunkten günstigen Investitionsvorhaben unter Berücksichtigung der betriebsendogenen Beschränkungen und der anderen durchgeführt werden soll, mit anderen Worten: wie das optimale Investitionsprogramm bestimmt werden soll. Wie die Abb. 1 zeigt, ist dies eben zweites Problem [1] bei der Durchführung der konjunkturorientierten Investitionspolitik. Zur Formulierung des Problems des Investitionsprogramms definieren wir die binäre Investitionsmöglichkeitsvariable X_i. Wir nehmen an, daß das Projekt zum Zeitpunkt t vorgenommen werden kann, wenn $X_{it} = 1$. Dagegen soll das Projekt zu diesem Zeitpunkt nicht vorgenommen werden, wenn $X_{it} = 0$. Ferner soll das Projekt vom Investitionsprogramm überhaupt ausgeschlossen werden, wenn $X_{it} = 0$ für die bereits abgeleiteten Investitionszeitpunkte, $t = 1,2,\ldots, N$, $t \in (t^+_{-n}, t^-)$ oder (t^-_{-n}, t^+). Unter dieser Annahme läßt sich das oben angeführte Problem des optimalen Investitionsprogramms, d.h. die Bestimmung der optimalen Vornahmezeitpunkte und Investitionsausgaben des Projekts $i, i = 1,2,\ldots, I$, unter Berücksichtigung der bereits abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte und der betriebsendogenen Beschränkungen wie folgt formalisieren:

---

[1] Hierbei wird es vorausgesetzt, daß es sich nicht nur um das Allokationsproblem des Budgets handelt, und daß die Einnahmeströme vom Investitionszeitpunkt (Vornahmezeitpunkt der Investition) abhängig sind, weil je nach Investitionszeitpunkt die Einnahmeströme sowohl im Aufschwung als auch im Abschwung unterschiedlich sein können.

Man maximiere die Zielfunktion

$$(2.6) \qquad C = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{N} C_{it} X_{it}$$

unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$(2.7) \qquad \sum_{t=i}^{N} X_{it} \leq 1 \quad \text{für alle } i \quad \text{und}$$

$$(2.8) \qquad 0 \leq X_{it} \leq 1 \quad \text{ganzzahlig.}$$

Als Zielfunktion beschreibt (2.6) zusammen mit (2.8) erstens die Durchführbarkeit des Projekts i zum bereits abgeleiteten Investitionszeitpunkt, und weiter, die Kombination der einzelnen Gegenwartsgewinne C_{it}, die die verschiedenen Beschränkungen erfüllt. Die Bedingung (2.7) sorgt dafür, daß jedes Projekt hier zu einem einzigen Zeitpunkt im Intervall (1,N) vorgenommen werden kann. Hierbei müssen noch zusätzlich die folgenden Nebenbedingungen erfüllt werden:

Budgetbeschränkungen:

Zu einem bestimmten Zeitpunkt steht nur ein beschränkter Finanzbetrag für Investitionsausgaben zur Verfügung. Dabei können nur diejenigen unter Rentabilitätsgesichtpunkten günstigen Projekte zum einen von bereits abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkt durchgeführt werden, die nicht mehr als den verfügbaren Betrag D_t verbrauchen. Diese Beschränkungen können wir in folgende Form angeben:

$$(2.9) \qquad \sum_{i=1}^{I} K_{it} X_{it} \leq D_t \;, \quad t=1,2,\text{---------},N.$$

Beschränkung bezüglich der zeitlich vorgelagerten Projekte

Aus technischen Gründen entsteht der Fall, daß ein Projekt i nur nach Vornahme eines anderen Projekts ξ durchgeführt werden kann. Wegen der unterschiedlichen Zeit, während der die Zahlungen erfolgen und die Erträge erzielt werden, tritt auch dieser Fall ein [1]. Wir können diese Beschränkung so formalisieren:

$$(2.10) \qquad X_{it} \leq \sum_{\tau=1}^{t} X_{\xi\tau} \;, \quad t=1,2,\text{--------},N.$$

1) Vgl. hierzu die Zusammenfassung des optimalen Investitionszeitpunktes der verschiedenen Projekte im 4.2.2.3-C.

Beschränkung des Investitionszeitpunktes

Ein Projekt i darf nicht bis zum Zeitpunkt t_1 und nach dem Zeitpunkt t_2 vorgenommen werden:

(2.11) $X_{it} \leq 0$ für $t \leq t_1$ und $t \geq t_2$.

Die Lösung des bisher gestellten Problems (2.3) - (2.5) bzw. (2.6) - (2.11) liefert das an dem Konjunkturverlauf orientierte optimale Investitionsverhalten der Unternehmung. Im folgenden wird darauf näher eingegangen.

3. Modell zur Lösung der gestellten Probleme

In dem vorliegenden Kapitel wird eine Lösungsmethode bereitgestellt, mit der die Probleme (2.3) - (2.5) bzw. (2.6) - (2.11) gelöst werden können.

Im Abschnitt 3.1 wird ein Modell für die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes entwickelt und in 3.2 ein dynamischer Programmierungsansatz für die Bestimmung des optimalen Investitionsprogrammes.

3.1 Das Modell für die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes

3.1.1 Grundmodell

3.1.1.1 Der Zusammenhang zwischen den Zeitreihen, den Bestimmungsfaktoren der Investition und den Konjunkturschwankungen

Da die Bestimmungsfaktoren der Investition wie z. B. Nachfrage, Investitionsgüter - und Rohstoffpreis, Lohn- und Zinssatz sich unter den vielfältigen Einflüssen des Konjunkturverlaufs verändern, müssen zunächst

1) die konjunkturellen Scheitelpunkte, und
2) die Beziehungen zwischen den Zeitreihen der Bestimmungsfaktoren der Investition und den Konjunkturschwankungen untersucht werden.

a. Konjunkturelle Höhepunkte und Tiefpunkte

Im folgenden werden als empirische Grundlage die Phasen der konjunkturellen Änderungen in der BRD im Zeitraum von 1951 bis

1971 und in den USA von 1920 bis 1961 untersucht. Wie aus der Tabelle 1 zu ersehen ist, dauert im Konjunkturverlauf in der BRD die durchschnittliche Dauer der Aufschwungsphase 21 Monate und die der Abschwungsphase 30 Monate, in den USA dagegen 29 Monate bzw. 21 Monate. Seit dem Jahre 1960 gibt es in der BRD nur relativ geringe Unterschiede in der Dauer der einzelnen Aufschwungs- oder Abschwungsphasen.

Die zeitliche Dauer der Expansionsphase beläuft sich in der BRD auf 11 - 27 Monate und in den USA auf 21 bis 45 Monate. Andererseits währt die Phase der Kontraktion in der BRD 24 bis 41 Monate und in den USA 9 bis 18 Monate.

Diese Ergebnisse besagen, daß der Zeitpunkt des jeweiligen konjunkturellen Umschwungs verschiedenen Änderungen unterliegt. Daher kann eine am Kalender orientierte Entscheidung den wahrscheinlichen Zeitpunkt der konjunkturellen Wendepunkte nicht genau vorhersagen.

Aus der Tabelle 1 ergibt sich weiterin, daß die außerordentliche Länge des Aufschwungs und die sich allmählich abkürzende Dauer des Abschwungs einen verstärkten Einfluß der Konjunkturpolitik implizieren, die versucht, sich anbahnende Depressionen oder konjunkturelle Überhitzungen durch rechtzeitige Maßnahmen im Keim zu ersticken und somit konjunkturelle Schwankungen möglichst auszuschalten.

Tabelle 1

Kalender der Phasen wirtschaftlicher Expansion und Kontraktion

1) 1951 - 71 in der BRD

Zeit der konjunkturellen Tief- und Höhepunkte			Dauer in Monaten	
konjunkturelle Wendepunkte	konjunkturelle Höhepunkte	konjunkturelle Wendepunkte	Kontraktion	Expansion
	Sept., 1951	Sept., 1954	36⁻	
Sept., 1954	Aug., 1955	Feb., 1959	41⁻	11⁺
Feb., 1959	Dez., 1960	Feb., 1963	26⁻	23⁺
Mär., 1963	Mär., 1965	Mär., 1967	24⁻	25⁺
Mär., 1967	Juni, 1969	Juli, 1971	25⁻	27⁺
		Durchschnitt	30.4	21.5

Quelle: IFO-Schnelldienst, Jg. 1967-71

2) 1920 - 29, 1946 - 67 in den USA

	Jan., 1920	Juli, 1921	18⁻	
Juli, 1921	Mai, 1923	Juli, 1921	14⁻	22⁺
Juli, 1924	Okt,, 1926	Nov., 1927	13⁻	27⁺
Nov., 1927	Aug., 1929			21⁺
	Nov., 1948	Okt., 1949	11⁻	
Okt., 1949	Juli, 1953	Aug., 1954	13⁻	45⁺
Aug., 1954	Juli, 1957	Apr., 1958	9⁻	35⁺
Apr., 1958	Mai, 1960	Feb., 1961	9⁻	25⁺
		Durchschnitt	12.4	29.1

Quelle: 1. Bureau of Census, Business Cycle Developments, Appendix Table 1
2. Indicators of Busisness Expansions and Contractions.

b. Die Zusammenhänge zwischen den Zeitreihen der Bestimmungsfaktoren der Investition und den konjunkturellen Scheitelpunkten

Die typischen konjunkturreagiblen Zeitreihen (z. B. Nachfrage, Investitions- und Rohstoffpreis, Auftragseingang, Lohn-und Zinssatz) schwanken erfahrungsgemäß nicht synchron, sondern in einer charakteristischen zeitlichen Verschiebung zum Konjunkturverlauf. Diese Zeitreihen sind in Bezug auf die allgemeinen konjunkturellen Scheitelpunkte "leading", "coinciding" oder "lagging". Also werden spezifische Wendepunkte einer Reihe entweder vor dem allgemeinen Konjunkturumschwung erreicht, oder sie fallen mit ihm zusammen, oder sie folgen ihm mit einer Verzögerung.

Zwar wird die erwartete Nachfrage nach den unternehmerischen Produkten von der Einkommensentwicklung bzw. der Einkommenselastizität bestimmt; aber sie verläuft nicht immer parallel zur gesamt-wirtschaftlichen Einkommensentwicklung. Zuweilen beginnt die Nachfrage einzelner Industriezweige abzunehmen, während die Gesamtwirtschaft noch unvermindert expandiert. Schon Monate bevor die Gesamtproduktion ihr Maximum erreicht, sinkt die Nachfrage mit Unterschieden in den einzelnen Branchen. Andererseits ist ein beginnender Aufschwung oft schon an der beginnenden Expansion der Nachfrage erkennbar, obwohl die Gesamtproduktion noch stagniert oder sogar schrumpft. Im Verlauf der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung nimmt die Nachfrage zu, bis der Aufschwung seine volle Kraft gewonnen hat[1].

---

1) Herbert, G., Wachstum und Konjunktur, in : Wachstum und Konjunktur, herausg. von Gottfried Bombach, Darmstadt und Opladen 1960, S. 136.

Wie aus der Abb. 2 zu ersehen, gibt es zwischen 1948 und 1967 in den USA vier Aufschwungsphasen in der Entwicklung des Investitions- und Rohstoffpreisniveaus. In drei von diesen Fällen beginnt der Aufschwung vor dem unteren Wendepunkt und endet kurz vor dem Höhepunkt der allgemeinen Konjunktur, d.h., die Preise dieser beiden Faktoren beginnen 6 oder 7 Monate vor dem Rückgang der Konjunktur zu sinken. Diese Preissenkung endet 6 oder 7 Monate vor dem Beginn der nächsten Expansion (Vgl. Abb. 2).

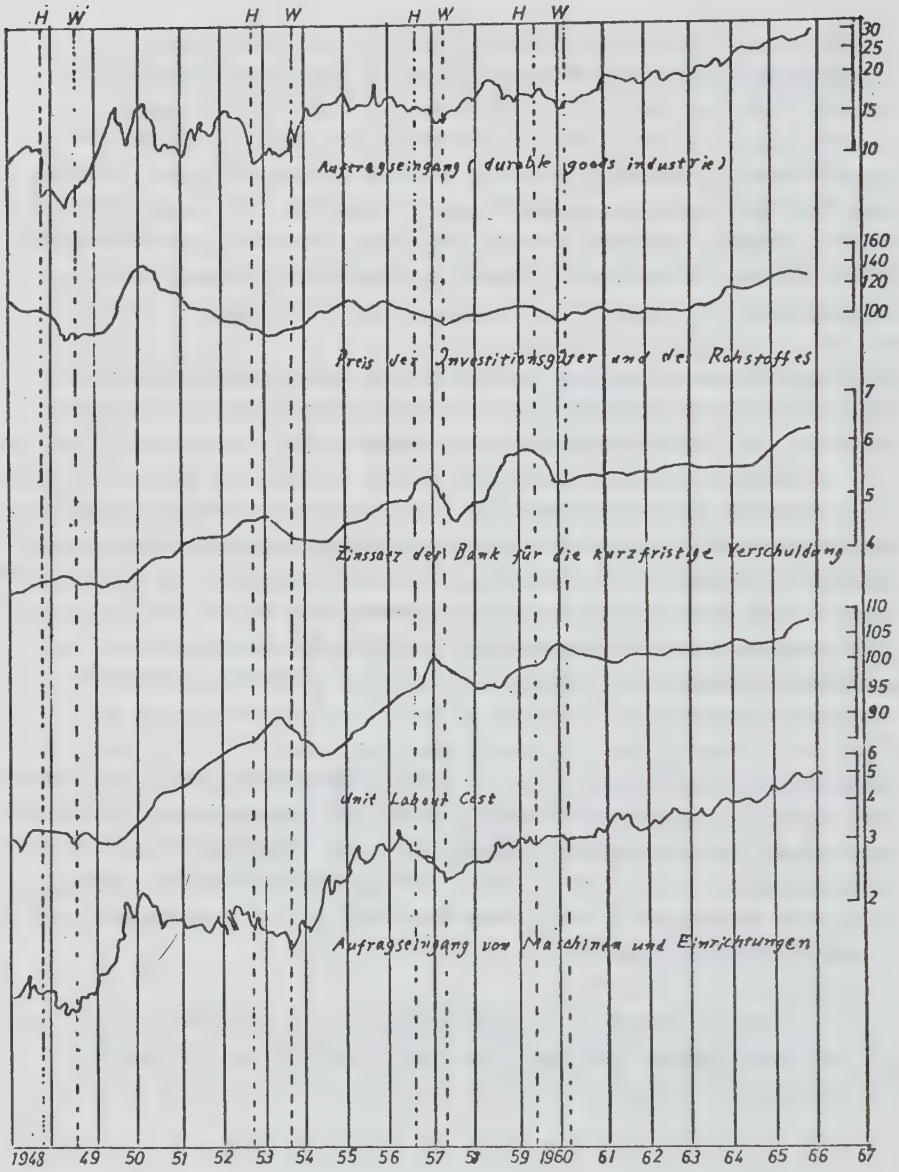
Die Auftragseingänge für Maschinen und Einrichtungen sowie für dauerhafte Güter unterliegen kurzfristigen Schwankungen sowohl während des Aufschwungs als auch während des Abschwungs (Vgl. Abb. 2). Abgesehen davon, steigern sie sich jeweils am Ende oder sogar noch während des Abschwungs. Die Entwicklung dieser Faktoren bedeutet, daß die Unternehmen ihre Produktionskapazität unter den günstigen Preisbedingungen im Abschwung erweitern, um den kommenden Aufschwung erfolgreich nutzen zu können und weiter um die Kosten der konjunkturell bedingten Preissteigerung einzusparen. Es scheint, daß dieser Sachverhalt die oben gefundene Preisentwicklung hervorruft.

Der Zinssatz ist, wie Abb. 2 zeigt, am höchsten, wenn die gesamtwirtschaftliche Aktivität ihren Höhepunkt erreicht hat. Im Gegensatz dazu ist er am niedrigsten, wenn der Tiefpunkt der Depression erreicht ist [1]. Aus dieser Entwicklung kann man ersehen, daß sich die Wendepunkte des Zinssatzes eng an die konjunkturellen Scheitelpunkte anlehnen.

---

1) Vgl. hierzu Moore, G.H. and Shinkin, J., Indicators of Business Expansions and Contractions, National Bureau of Economic Research, New York 1967, S. 61.

Abb.2 Ausgewählte Konjunkturindikatoren



Bem.; H; Konjunkturelle Höhepunkte , W; Konjunkturelle Tiefpunkte

Quelle : Indicators of Business Expansions and Contractions, National Bureau of Economic Research, New York 1967.

Schließlich steigert sich der Lohn stets während des Konjunkturrückgangs, und zwar nach fünf bis acht Monaten über den Höhepunkt der wirtschaftlichen Expansion hinaus.Diese Entwicklung wird erst in der Mitte oder gegen Ende der Rezession rückläufig und erreicht ihren Tiefpunkt vier bis sechs Monate nach dem unteren konjunkturellen Wendepunkt. Dieser Sachverhalt weist darauf hin, daß der Lohn während des vorhergehenden Aufschwungs auf das höchste Niveau getrieben wird. Darüberhinaus impliziert dieses Phänomen, daß die Nachfrage nach Arbeitskräften das Angebot übersteigt, nachdem der Aufschwung seine volle Kraft gewonnen hat.

3.1.1.2 Zur Formulierung des Modells

Im Vorangehenden wurde dargestellt, daß

1) eine am Kalender orientierte Entscheidung die wahrscheinliche Lage der konjunkturellen Scheitelpunkte nicht genau vorhersagen kann,
2) die Nachfrageentwicklung vieler Wirtschaftszweige nicht parallel zur gesamtwirtschaftlichen Entwicklung verläuft und
3) die Konjunkturschwankungen selbst ein für das Unternehmen unkontrollierbares Verursachungssystem sind.

Hieraus geht hervor, daß der Unternehmer die konjunkturell bedingten Veränderungen der genannten ökonomischen Faktoren nicht mit genügender Genauigkeit für die Durchführung der Investitionspolitik vorherbestimmen kann. Unter diesen Umständen sollte der Unternehmer die Prognosen der ökonomischen Faktoren zu Beginn der Periode überprüfen und seine Investitionsentscheidungen entsprechend revidieren.

a. Annahme

Aus diesem Grund wird bei der Formulierung des Modells vorausgesetzt:

1) Eine Planungsperiode ist mit einem Jahr angenommen.
2) Eine Konjunkturphase, d.h. Auf- oder Abschwungsphase wird als ein Planungshorizont unterstellt [1].

b. Die Verteilungsfunktion

Nach der Untersuchung von Hausmann [2] kann das System der Prognose einer unbekannten Menge wie z. B. Nachfrage und Auftragseingang "markovian character of no memory" haben. Hierbei ergibt sich speziell, daß in einigen Fällen die aufeinanderfolgenden Werte der unbekannten Größe als eine unabhängige zufällige Variable behandelt werden, die lognormal verteilt ist.

---

[1] Diese Annahme entspricht der Nebenbedingung (2.4). Vgl. hierzu 2.2.1 .

[2] Hausmann, W.H., "Sequential Decision Problems: A Modell to Exploit Existing Forecastors", M.S. Vol. 16, No. 2 (Oct. 1969), S. 93-111.

Gestützt auf dieses Ergebnis wird angenommen, daß die aufeinanderfolgenden Werte der steigenden Nachfrage im Aufschwung und des Nachfrageentgangs [1] im Abschwung unabhängige zufällige Variable sind.

Bezeichnet Q_{it} nämlich die am Anfang der Periode t prognostizierte gesamte Nachfrage nach Erezugnissen des Projekts i, dann ist $Z_{i,t-1}$ das Verhältnis der aufeinander folgenden Prognosewerte der Nachfrage oder der des Nachfragerückgangs:

$$(3.1)\quad Z_{i,t-1} = Q_{it}/Q_{i,t-1},\quad t=1,2,\text{--------},N.$$

Es wird angenommen, daß die Variable $Z_{i,t-1}$ die folgende Verteilung hat:

$$(3.2)\quad Z_{i,t-1} \sim f_{LN}(Z_{i,t-1}|\mu_{i,t-1},\sigma_{i,t-1}) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma_{i,t-1}Z_{i,t-1}}\, e^{-(\log_e Z_{i,t-1}-\mu_{i,t-1})^2/2\sigma^2_{i,t-1}}.$$

Nun soll (3.2) für die weitere Untersuchung durch die Variable Q_{it} verdeutlicht werden. Gemäß der Annahme [2], daß "the natural logarithm of a lognormal variate ist distributed normal", gilt

$$\log_e Q_{i,t-1} \sim N(\mu_{i,t-1},\sigma_{i,t-1}).$$

Demnach gilt auch

$$\log_e Q_{it} \sim N(\mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1},\sigma_{i,t-1}),$$

weil in der Beziehung

$$\log_e Q_{it} = \log_e(Q_{i,t-1}\cdot Z_{i,t-1}) = \log_e Q_{i,t-1}+\log_e Z_{i,t-1}$$

$Q_{i,t-1}$ eine bekannte Konstante zum Zeitpunkt t-1 ist. Hieraus ergibt sich, daß Q_{it} lognormal verteilt ist:

$$Q_{it} \sim LN(\mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1},\sigma_{i,t-1}).$$

---

1) Auf diese Werte wird in 4.2.1.3 näher eingegangen.

2) Vgl. hierzu Aitchison, I. and Brown, I.A.C., The lognormal Distribution, Cambridge University Press, Cambridge England 1963, S. 6.

Wenn diese Beziehung in (3.2) eingesetzt wird, dann folgt

$$(3.3)\quad Z_{i,t-1} \sim f_{LN}(Q_{it} \mid \mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1}, \sigma_{i,t-1})^{1)}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma_{i,t-1}, Q_{i,t-1}} e^{-(\log_e Q_{it}-(\mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1}))^2/2\sigma^2_{i,t-1}} .$$

Damit kann festgestellt werden, daß die am Anfang der Periode t prognostierte Nachfrage $Q_{it} = Z_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1}$ mit den Parametern $(\mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1})$ und $\sigma_{i,t-1}$ lognormal verteilt ist, da die rechte Seite der beiden Gleichungen (3.2) und (3.3) in der Tat identisch sind. Damit kann ferner die der Nachfragemenge zum Zeitpunkt t entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichte bezeichnet werden.

Mit den hier angeführten Gleichungen (3.2) und (3.3) wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die wachsende Nachfrage im Aufschwung und für den Nachfrageentgang im Abschwung beschrieben. Hierdurch lassen sich die auf konjunkturell bedingte Risiken bezogenen Kosten formalisieren. Im folgenden werden daher die konjunkturell bedingten Kostenfaktoren, die Ausgangspunkte für die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes sind, anhand von (3.2) und (3.3) formuliert.

c. Zu den relevanten Variablen

i. Einnahmeströme

Wie bereits definiert, ist Q_{it} die am Anfang der Periode t prognostizierte gesamte Nachfrage. Die gesamten Einnahmeströme des Projekts i können zum Investitionszeitpunkt t unter Berücksichtigung von (2.1) mit

---

1) Dies ist keine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung, sondern die Ersetzung der Zufallsvariablen $Z_{i,t-1}$ durch Q_{it}. In der weiteren Untersuchung wird $f_{LN}(Q_{it} \mid \mu_{i,t-1}+\log_e Q_{i,t-1}, \sigma_{i,t-1})$ der Einfachheit halber als $f_{LN}(Q_{it})$ bezeichnet.

(3.4) $E_{it}=\omega_{it}Q_{it}$, t=1,2, --------,N.

angegeben werden. Dabei ist $\omega_{it}= p_{it}-k_{it}$, t=1,2,...,N, der Deckungsbeitrag des Projekts i zum Zeitpunkt t.

Die Nachfrage Q_{it} ist, wie bereits ausgeführt, konjunkturabhängig. Die konjunkturell bedingten Veränderungen der Nachfrage verursachen wiederum darauf bezogene Kosten. Die Unternehmensführung muß daher diese Kosten bei der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes berücksichtigen. In diesem Sinne werden im folgenden die konjunkturell bedingten Kosten [1] K_w anhand der Lognormal-Verteilung (3.2) und (3.3) formuliert.

ii. Kostenfaktoren

Annahme

In 2.2.1 wurde bereits $\bar{A}_i=m\bar{p}_i$ als geplante Investitionsausgaben zum Investitionszeitpunkt t definiert, wobei $\bar{p}_i$ der Preis der Anlageeinheit ist und m die Zahl der Sachanlagen. Zur Definition der konjunkturell bedingten Kosten soll nun hieraus die sich aus diesen Investitionsausgaben ergebende Produktionskapazität hergeleitet werden. Hierfür wird angenommen, daß q_i die gesamte Produktionsmenge bezeichnet, die mit der anzuschaffenden Anlageeinheit pro Jahr erzeugt werden. Damit kann die sich aus $\bar{A}_i$ ergebende Produktionskapazität als $M_i=mq_i$ bezeichnet werden. Aufgrund dieser Definition werden weiter die auf das konjunkturell bedingte Risiko bezogenen Kosten [2] definiert.

---

1) Vgl. hierzu die Gleichung (2.2) und (2.3).

2) Als diese Risiken seien allgemeinen Unter- und Überinvestitionen, Überschuldung und Vermehrung des Lagerbestandes genannt.

Fehlmengenkosten

Im Laufe des Aufschwungs wird der tatsächliche Verlauf der Nachfrage, der Umsätze, der Gewinne, der Kapazitätsausweitung usw. die Erwartungen übertreffen. Wenn die Unternehmen mit der vorhandenen oder erweiterten Kapazität die erhöhte Nachfrage nicht befriedigen, so tritt das Risiko der Unterinvestition ein. Da in diesem Fall die Nachfrage nach Produkten Q_i und die vorhandene Kapazität M_i die Beziehung $Q_{it} > M_{it}$ [1] zum Investitionszeitpunkt t erfüllen, ergibt sich hieraus ein Umsatzverlust. Dieser wird unter Zuhilfenahme von (3.3) als Fehlmengenkostengrösse zum Zeitpunkt t definiert:

$$(3.5) \quad K_g = (g_i+w_i) \int_{M_{it}}^{\infty} (Q_{it} - M_{it})\, f_{LN}(Q_{it})\, dQ_{it} \quad [2].$$

Dabei bezeichnet g_i Fehlmengenkosten der Produkteinheit, i.e. die Opportunitätskosten oder Konventionalstrafen, die durch die Unterinvestition verursacht werden.

Leerkosten

Auf dem Höhepunkt der Konjunktur schlägt die Entwicklung in die entgegengesetzte Richtung um. Da von diesem Zeitpunkt an ein Absatz- und Nachfragerückgang entsteht, werden die aus bereits vorgenommenen Investitionen erfolgten Kapazitäten teilweise freigesetzt. In diesem Fall tritt die Gefahr der Überinvestition auf. Die hierdurch verursachten Leerkosten λ_{it} sind z. B. die von den Aggregaten direkt verursachten zeitabhängigen Abschreibungen sowie die Kosten für Wartung und Pflege [3].

1) Hierbei sind die beiden Variable Q_i und M_i vergleichbar, da $M_i = mq_i$.

2) Vgl. zur Herleitung dieser Kostenfunktion Anhang 1.

3) Vgl. hierzu Gutenberg, E., Grundlage der Betriebswirtschaftslehre, Bd. 1, Die Produktion, 15 Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1969, S. 349 ff.

Mit Hilfe von (3.3) können diese Kosten so beschrieben werden:

$$(3.6)\quad K_{\lambda} = \lambda_{it} \int_{0}^{M_{it}} (M_{it}-Q_{it}) f_{LN}(Q_{it}) dQ_{it} \ .$$

Nehmen wir an, daß die Leerkosten am Ende des Abschwungs oder im Anfangsstadium des Aufschwungs entstehen, so können wir schreiben:

$$\lambda_{it} = \begin{cases} \lambda_i & \text{für } t^{-}_{-n} \leq t < t^{+} \\ o & \text{für } t^{+} \leq t \end{cases}$$

Lagerhaltungskosten

Die Wirkung des Abschwungs und die Kampfstrategien der Konkurrenten beschleunigen den Rückgang der Nachfrage nach den vorhandenen und bereits hergestellten Erzeugnissen. Angenommen, daß der Unternehmer im Aufschwung die der vorhandenen Kapazität M_{it} entsprechende Produktionsmenge im Lager hält, führt dieser Nachfragerückgang zur Erhöhung des Lagerbestandes. Da aufgrund der Beziehung $M_{it} > Q_{it}$ die Differenz $M_{it}-Q_{it}$ als die fehlende Nachfrage (der Nachfragerückgang) in Periode t angesehen werden kann, lassen sich diese Kosten so formulieren [1]:

$$(3.7)\quad K_l = \alpha_{it} l_i \int_{0}^{M_{it}} (M_{it}-Q_{it}) f_{LN}(Q_{it}) dQ_{it} -$$

Darin ist

α_i die Rate, mit der der Lagerbestand des Unternehmens aufgrund des nachlassenden Absatzes zunimmt. Diese Rate bezeichnet das Verhältnis von Veränderung des Lagerbestandes und der Zeitvariable: $\alpha = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

l_i die Lagerhaltungskosten pro Produkteinheit des Projekts i.

Angenommen, daß α_i am Ende der Hochkonjunktur oder im Abschwung entsteht, so ergibt sich

$$\alpha_{it} = \begin{cases} \alpha_i & \text{für } t^{+}_{-n} \leq t < t^{-} \\ o & \text{für } t^{-} \leq t \end{cases} \ .$$

1) Auf diese Kosten wird in 4.2.1.1 noch näher eingegangen.

Zinskosten

In einem möglichen erwarteten Konjunkturabschwung werden die Einnahmen der Unternehmen - eine erwartete und daher unsichere Größe - in ungewissem Ausmaß reduziert. Auch im Anfangsstadium des Aufschwungs könnten sie wegen der geringen Nachfrage nicht so ausreichen.

Andererseits besteht Gefahr, daß bei oligopolistischer Angebotsstruktur eventuelle Anpassungs- , insbesondere Kampfstrategien der Konkurrenten gravierende, zusätzliche Umsatzeinbußen hervorrufen. Unter diesen Umständen kann die erwartete interne Verzinsung des investierten Gesamtkapitals nicht erreicht werden, und das aufgenommene Fremdkapital verursacht eine Reduzierung der Rentabilität [1]. Hierdurch kann es zur Überschuldung des Unternehmens kommen, welche Zinskosten verursacht. Diese auf die Überschuldung bezogenen Kosten zum Zeitpunkt t lassen sich so formulieren:

$$(3.8) \quad K_r = rp_i \int_0^{M_{it}} (M_{it} - Q_{it}) f_{LN}(Q_{it}) dQ_{it}$$

Dabei ist:

p_i der Preis der Produkteinheit des Projekts i

r der Zinssatz.

Diese Kosten entstehen sowohl im Abschwung als auch im Anfangsstadium des Aufschwungs, wenn das aufgenommene Fremdkapital noch nicht amortisiert ist.

---

1) Den Beweis dieses Ansatzes führt Büschgen formal: Vgl. hierzu Büschgen, H.E., Das Unternehmen im Konjunkturwandel, a.a.O., S. 23-29.

c. Zielfunktion

Unter Berücksichtigung der bereits definierten Einnahmeströme und Kostenfaktoren läßt sich die gesuchte Zielfunktion so ausdrücken [1]:

$$
\begin{aligned}
C_{it} = \Bigg\{ & \sum_{j=t}^{J} E_{ij} \,(1+\rho)^{1-j} - A_{it}(1+\rho)^{1-t} \\
& - \Big[(g_i+w_i)\int_{M_{it}}^{\infty} (Q_{it} - M_{it}) f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it} \\
& + (\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)\int_{0}^{M_{it}} (M_{it}-Q_{it}) f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it}\Big]\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

$$\longrightarrow \text{Max}$$

$$
\text{mit} \quad \lambda_{it} = \begin{cases} \lambda_i & \text{für } t_{-n}^{-} \le t \le t^{+} \\ 0 & \text{für } t^{+} \le t \end{cases}
$$

$$
\text{und} \quad \alpha_{it} = \begin{cases} \alpha_i & \text{für } t_{-n}^{+} \le t \le t^{-} \\ 0 & \text{für } t^{-} \le t \end{cases}
$$

Dabei bleiben die Nebenbedingungen (2.4) und (2.5) unverändert bestehen.

Im folgenden wird zunächst untersucht, wie das Lösungsverfahren in dem hier entwickelten Modell aussieht, bevor im nächsten Kapitel die optimalen Investitionszeitpunkte des einzelnen Projekts während einer Konjunkturphase und das darauf bezogene optimale Investitionsprogramm bestimmt werden.

---

1) i. In (3.9) blieben der Resterlös der Sachanlagen am Ende der Lebensdauer und Restbuchwert der Einfachheit halber unberücksichtigt.

ii. Die Nachfrage verändert im Zeitablauf. Die Rate α_i ist wieder abhängig von der Veränderung der Nachfrage im Zeitablauf. Daher wird diese hierbei als α_{it} bezeichnet.

iii. Hierbei geht es nur um die Bestimmung, ob zum gegebenen Zeitpunkt die Investitionsausgaben vorgenommen werden sollten. Aus diesem Grund werden nur diejenigen konjunkturell bedingten Kosten einbezogen, die zum gegenwärtigen Zeitpunkt t entstehen (Vgl. den zweiten und dritten Ausdruck der Gleichung (3.9)).

3.1.2 Die Definition des kritischen Zeitpunktes zur Durchführung der Investitionspolitik

Im folgenden wird zunächst als eine Bereitstellung für das nächste Kapitel definiert, was der kritische Zeitpunkt ist.

3.1.2.1 Die Eigenschaft der Kostenfunktion

a. Die Kostenfunktion

Die Lösung des bereits gestellten Problems (2.3) - (2.5) ist gleichbedeutend mit dem Suchen des optimalen Wertes von t und $\bar{A}_i$ in (3.9), der (3.9) unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen (2.4) und (2.5) maximieren kann. Aus (3.9) ergibt sich daher, daß für den gegebenen Zeitpunkt $t \in T^+$ oder $\hat{T}^-$ die Maximierung identisch mit der Minimierung der Kostenfaktoren ist [1]. Die negativen Zielvariablen setzen sich wie folgt zusammen:

$$
\begin{aligned}
(3.10)\qquad K(\bar{A}_i,t) = \Big\{ & \bar{A}_{it}(1+\rho)^{1-t} \\
& + (g_i+\omega_i) \int_{M_{it}}^{\infty} (Q_{it}-M_{it}) f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it} \\
& + (\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i) \int_{0}^{M_{it}} (M_{it}-Q_{it}) f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it} \Big\}^{2)},
\end{aligned}
$$

wobei $t^+_{-n} \leq t < t^-$ oder $t^-_{-n} \leq t < t^+$ sowie $o \leq \bar{A}_i < \infty$.

---

1) Wie bereits erörtert, kann der Unternehmer nicht vorhersehen, in welchem Maße der Konjunkturverlauf die Nachfrageentwicklung der Projekte beeinflusst. Unter diesen Umständen soll er daher versuchen, die konjunkturell bedingten Kosten zu minimieren. Aus diesem Grund bleiben die Erlöse in diesem Abschnitt vorläufig unberücksichtigt.

2) Hierbei kann das in 2.2.1 gestellte Problem so umformuliert werden: Man minimiere die Kostenfunktion (3.10) unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen (2.4) und (2.5).

Zunächst soll die Eigenschaft der Kostenfunktion (3.10) untersucht werden, und gezeigt, daß (3.10) punktweise konvex in $\bar{A}_i = m\bar{p}_i$, $m \in 0,1,\ldots$, für gegebenen Zeitpunkt $t \epsilon t^+_{-n}$ oder t^-_{-n} ist, bevor der kritische Zeitpunkt definiert wird. Diese Eigenschaft kann dadurch gezeigt werden, daß die zweite Differenz von (3.10) positiv ist. Eine Grenzanalyse der Gleichung (3.10) soll daher bezüglich $\bar{A}_i$ im gegebenen Zeitpunkt t gemacht werden. Mit anderen Worten, die durch eine Veränderung von $\bar{A}_i$ verursachte Veränderung von (3.10) soll bei gegebenem Zeitpunkt t untersucht werden.

b. Die Grenzanalyse

In (3.10) kann eine Erweiterung der Investitionsausgaben von $\bar{A}_i = m\bar{p}_i$ auf $\bar{A}_i+1 = (m+1)\,\bar{p}_i$ eine entsprechende Kapazitätserweiterung von $M_i = m\,q_i$ auf $M_i+1=(m+1)q_i$, $m=1,2,\ldots\ldots$, herbeiführen. Eine Zunahme der Investitonsausgaben kann daher eine Abnahme der potentiellen Fehlmengenkosten verursachen[1]. Diese auf Investitionsausgaben, d.h. auf Kapazitätserweiterung bezogene Abnahme kann anhand der bereits getroffenen Annahme[2] so ausgedrückt werden: $-((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$.

Infolgedessen können die auszugleichenden Fehlmengenkosten bei der bereits vorhandenen oder erweiterten Kapazität M_i zum Zeitpunkt t mit $(g_i+\omega_i)q_i \int_0^{T^*_{it}} \int_0^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})\,d\tau\,dQ_i$[3] bezeichnet

---

1) Vgl. hierzu die Definition der Fehlmengenkosten in 4.1.1.2 b

2) Wie bereits angenommen, ist die Entscheidungsperiode ein Jahr und die Produktionsmengen der Anlageneinheit des i-ten Projekts sind q_i pro Jahr.

3) Vgl. hierzu die Fußnote 1 auf der Seite 30 und Anhang 1.

werden und die zu erwartende Leer-, Lagerhaltungs- oder Zinskosten mit $(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)q_i\int_0^{M_i}\int_0^{t}(1-f_{LN}(Q_{i\tau}))d\tau dQ_i$.

Dabei ist $F_{LN}(M_{it})=\int_0^{M_i}\int_0^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau dQ_i$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die durch vorhandene oder erweiterte Kapazität M_i befriedigte Nachfrage.

Aus dieser Tatsache folgt für die erste Differenz der Gleichung (3.10)[1]:

$$\Delta K(\bar{A}_i,t) = \left[K(\bar{A}_i+\bar{p}_i,t) - K(\bar{A}_i,t)\right]$$

(3.11)
$$= \Big\{ -((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$$
$$+(g_i+\omega_i)q_i\int_0^{M_i}\int_0^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau dQ_i$$
$$+(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)q_i\int_0^{M_i}\int_0^{t}(1-f_{LN}(Q_{i\tau}))d\tau dQ_i\Big\}$$

wobei $M_i = mq_i$.

Um die kritischen Größe von $\bar{A}_i$ zu errechnen, wird ferner die zweite Differenz von (3.10) eingeführt:

$$\Delta^2 K(\bar{A}_i,t) = \left[\Delta K(\bar{A}_i+\bar{p}_i,t) - \Delta K(\bar{A}_i,t)\right]$$

(3.12)
$$= \Big\{(g_i+\omega_i)q_i F_{LN}(M_i+1,\ t)$$
$$+(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)q_i\int_0^{M_i+1}\int_0^{t}(1-f_{LN}(Q_{i\tau}))d\tau dQ_i\Big\}.$$

Da F_{LN} seinen Grenzwert Null erreicht[2], werden die Fehlmengenkosten auch Null. Demzufolge ist $\Delta^2 K(\bar{A}_i,t) > 0$.

---

1) Vgl. hierzu Hadley, G., Analysis of Inventory Systems, Prentic Hall 1963, S. 312

2) Diese Tatsache beinhaltet, daß zumZeitpunkt t $F_{LN}(M_{it}) =$ gilt. Daher kann Unternehmer nur bis m Investitionsausgaben vornehmen: $\bar{A}_i = mp_i$.

c. Die Folgerung

Aus diesem Ergebnis kann gefolgert werden, daß die Kostenfunktion (3.10) für den gegebenen Zeitpunkt $t \in T^+$ oder T^- konvex" in $A_i \in (0, \bar{p}_i, 2\bar{p}_i, - - -, m\bar{p}_i)$ ist. Damit ist die angeführte Eigenschaft der Kostenfunktion (3.10) bewiesen. Ausgehend hiervon wird im folgenden der kritische Zeitpunkt dargestellt.

3.1.2.2 Zum kritischen Zeitpunkt

Es wird angenommen, daß $\bar{A}_{it} = \bar{A}^o_{it}$ ein kritischer Wert ist, der (3.10) bei gegebenem Zeitpunkt $t \in T^+$ oder T^- minimiere. Nach der Eigenschaft der Kostenfunktion (3.10) ist die erste Differenz $\triangle K(\bar{A}_{it}, t)$ bei einem kritischen Wert $\bar{A}_{it} = \bar{A}^o_{it}$ Null oder verändert ihr Vorzeichen. Auf der anderen Seite wird der kritische Wert $\bar{A}^o_{it}$ je nach dem Wert der ersten Differenz $\triangle K(\bar{A}_i, t)$ bei $\bar{A}_i = o$ wie folgt bestimmt:

1) Wenn $\triangle K(\bar{A}_i, t) > o$ für $\bar{A}_i = o$, dann gilt $\bar{A}^o_{it} = o$
2) Wenn $\triangle K(\bar{A}_i, t) < o$ für $\bar{A}_i = o$, so gilt $\bar{A}^o_{it} > o$.

Insofern ist es notwendig, das Vorzeichen der ersten Differenz $\triangle K(\bar{A}_i, t)$ im Ursprung $\bar{A}_i = o$ bei einer Veränderung von $t \in T^+$ oder T^- zu untersuchen, um den kritischen Zeitpunkt t_o abzuleiten, von dem an die an dem Konjunkturverlauf orientierte Investitionspolitik durchgeführt werden kann.

Hierfür wird zunächst angenommen:

$$K(o, t \in T^+, T^-) = h(t \in T^+, T^-) .$$

Setzt man $\bar{A}_i$ in (3.11) Null, so ergibt sich durch Umformulierung

$$(3.13)\quad h(t\in T^{+},T^{-})=\left\{\bar{p}_i-\left[(g_i+\omega_i)-(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)\right]q_i(1-F_{LN}(Q_{it}))\right\},$$

wobei

$$\lambda_{it}=\begin{cases}\lambda_i & ,\text{falls} \quad t^{-}_{-n}\leq t\leq t^{+}\\ 0 & ,\text{falls} \quad t^{+}\leq t\end{cases}$$

und

$$\alpha_{it}=\begin{cases}\alpha_i & ,\text{falls} \quad t^{+}_{-n}\leq t\leq t^{-}\\ 0 & ,\text{falls} \quad t^{-}\leq t\end{cases}$$

Hierdurch lassen sich nun die folgenden Grenzwerte und deren Vorzeichen in Abhängigkeit von t feststellen:

$$(3.14\text{-}1)\quad \lim_{t\to t^{+}_{-n}} h(t)=\bar{p}_i>0 \quad \text{oder} \quad \lim_{t\to t^{-}_{-n}} h(t)=\bar{p}_i>0\ ^{1)},$$

wenn wegen der geringeren Nachfrage im Anfangsstadium einer Konjunkturphase $(g_i+\omega_i)q_i<\bar{p}_i$ gilt.

$$(3.14\text{-}2)\quad \lim_{t\to t^{+}_{-n}} h(t)\leq 0 \quad \text{oder} \quad \lim_{t\to t^{-}_{-n}} h(t)\leq 0$$

für den genügend großen Wert von t,

wenn $(g_i+\omega_i)q_i>\bar{p}_i$

a. Die Folgerung

Hieraus kann geschlossen werden:

Es existiert ein kritischer Zeitpunkt $t_o>o$, in dem die folgend Bedingung erfüllt wird;

---

1) Dieser Grenzübergang beinhaltet die Annahme, daß die Zeitvariable t jeweils gegen den nächsten konjunkturellen Höhepunkt oder Tiefpunkt konvergiert.

(3.15) $h(t_o \in T^+, T^-) = o$

$h(t_o \in T^+, T^-) < o \quad$ für $t < t_o$

$h(t_o \in T^+, T^-) > o \quad$ für $t > t_o$

b. Der Beweis

Nachfolgend wird diese Folgerung bewiesen.

Aus der ersten und zweiten Ableitung (3.13) nach t ergibt sich

$$h'(t) = -((g_i+\omega_i)-(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i))q_i(1-\frac{d}{dt})F_{LN}(Q_{it}))$$

und

$$h''(t) = -((g_i+\omega_i)-(\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i))q_i(1-\frac{d^2}{dt^2}F_{LN}(Q_{it})).$$

Hierbei müssen zwei Fälle zum Beweis berücksichtigt werden:

i. $(g_i+\omega_i) \geq (\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)$

ii. $(g_i+\omega_i) \leq (\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)$

i. Der erste Fall

Da wegen $F_{LN}(Q_{it}) \in [o,1)$ in $t \in (t^+_{-n}, t^-)$ oder (t^-_{-n}, t^+) $(1-\frac{d}{dt}F_{LN}(Q_{it})) > o$ gilt, ist $h'(t)$ genau negativ. Wenn in $h''(t)$ $\frac{d^2}{dt^2}F_{LN}(Q_{it})=o$, so gilt demnach $(g_i+\omega_i)=o$[1]. Damit ist $h''(t)>o$. $h(t)$ ist daher eine konvexe Funktion, die im Zeitablauf abnimmt. Es existiert demnach ein kritischer Zeitpunkt t_o, in dem $h(t_o) = o$ und $h(t) \gtrless o$ für $t \gtrless t_o$.

ii. Der zweite Fall

In diesem Fall ist $h'(t)$ positiv. Aufgrund der angeführten Annahme ist $h''(t)$ auch positiv. Es existiert daher kein

1) Vgl. hierzu die Definition der Fehlmengenkosten in 3.1.1. und die Eigenschaft von (3.10).

kritischer Zeitpunkt in diesem Fall.

Damit ist diese Folgerung bewiesen. Der dargestellte kritische Zeitpunkt wird wieder in Abb. 3 veranschaulicht. Der Unternehmer soll vom kritischen Zeitpunkt t_o an rückwärts die Investitionsausgaben vornehmen, da wegen $F_{LN}(Q_{it}) \leq 1$ für $t=t_o$ $(g_i+w_i)q_i \lambda_{it} + \alpha_{it}\ell_i+rp_i)q_i + \bar{p}_i$ in der vorangehenden Periode gilt [1]. Dagegen kann er die Investitionsausgaben in der über diesen Zeitpunkt hinausgehenden Periode nicht mehr vornehmen, weil wegen $F_{LN}(Q_{it})=o$ für $t > t_o$ $h > 0$, d.h. keine Fehlmengenkosten mehr vorhanden sind, sondern Leer- und Zinskosten sowie Investitionsausgaben entstehen.

Der kritische Zeitpunkt ist ein Ausgangspunkt zur Bestimmung des optimalen Investitionspunktes für das einzelne Projekt und des optimalen Investitionsprogramms im nächsten Kapitel.

---

1) Vgl. hierzu den Beweis zum kritischen Zeitpunkt.

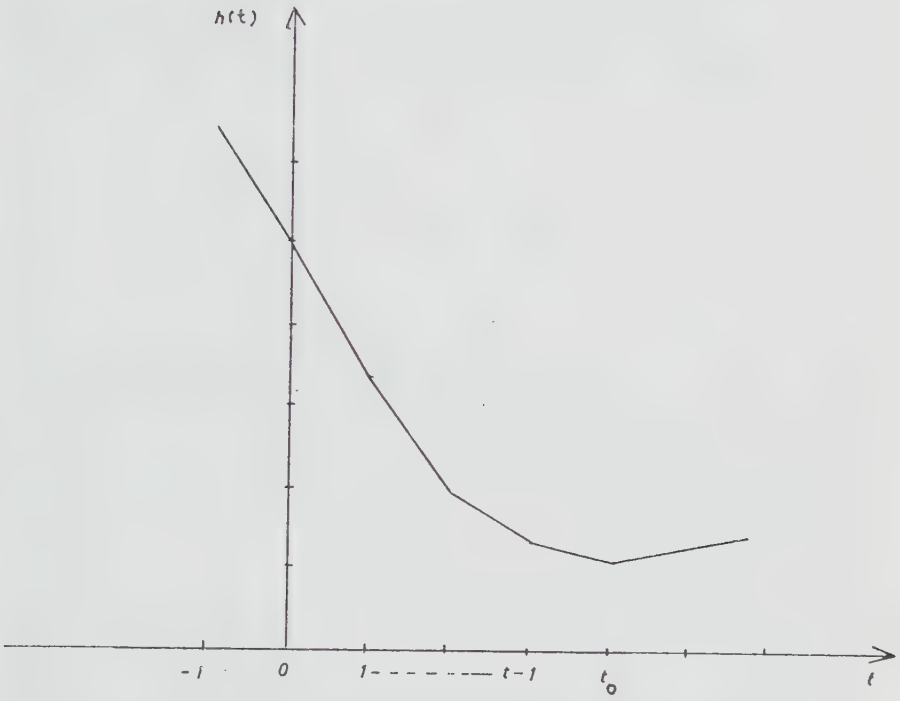


Abb. 3 Der kritische Zeitpunkt

3.1.3 Die Herleitung der Kriteriumsfunktion für die Bestimmung des kritischen Niveaus der Investitionsausgaben

Aus der bisherigen Definition folgt:
Am definierten kritischen Zeitpunkt entscheidet sich der Unternehmer für die Investitionspolitik wie folgt;

$\bar{A}_{it} > o$ für $t < t_o$, weil $h(t) < o$, d.h.
$(g_i+\omega_i)q_i > (\lambda_{it}+\alpha_{it}l_i+rp_i)q_i+\bar{p}_i$

$\bar{A}_{it}=o$ für $t > t_o$, weil $h(t)>o$, d.h. $(g_i+\omega_i)q_i=o$.

Ausgehend hiervon soll untersucht werden, wie der kritische Wert der Investitionsausgaben bestimmt werden sollte, der die Kostenfunktion (3.10) minimiert. Hierfür wird eine Kriteriumsfunktion für die Bestimmung der kritischen Grösse $\bar{A}^o_{it}$ unter Zuhilfenahme der Gleichung (3.11) und des abgeleiteten kritischen Zeitpunktes hergeleitet:

$$(3.16)\qquad \begin{matrix} \Delta K(\bar{A}^o_i-\bar{p}_i,t) \leq o \\ \Delta K(\bar{A}^o_i\ ,t\ \ ) > o \end{matrix} \quad ^{1)}$$

Die Kriteriumsfunktion wird im nächsten Kapitel für die Bestimmung der optimalen Investitionszeitpunkte, t=1,2,..., N, des einzelnen Projekts angewendet.

---

1) Wie bereits bewiesen, ist die Kostenfunktion $K(\bar{A}_i,t)$ für den gegebenen Zeitpunkt $t \in (t^+_{-n}, t^-)$ oder $\in (t^-_-, t^+)$ in $\bar{A}_i \in (o, \bar{p}, 2\bar{p}_i, \text{---} -)$ konvex. Hiernach ergibt sich diese Kriteriumsfunktion.

3.2. Der dynamische Programmierungsansatz zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms

Im vorangehenden wurde ein Modell für die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes des einzelnen Projekts entwickelt. Mit Hilfe dieses Modells kann das Problem des optimalen Investitionsprogramms so beschrieben werden: man maximiere die Zielfunktion

$$(3.17) \qquad \bar{C} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{N} \bar{C}_{it} X_{it}$$

unter den Nebenbedingungen (2.7) - (2.11). In diesem Abschnitt wird ein Lösungsansatz der dynamischen Programmierung für dieses Problem untersucht.

3.2.1 Umformulierung der binären Variablen X_{it}

Eine Möglichkeit der Lösung des Problems (3.17) und (2.7) - (2.11) besteht darin, alle möglichen Kombinationen der Gegenwartsgewinne des Projekts i, i= 1,2,..., I, zum sequentiellen Zeitpunkt t, t=1,2,...,N, aufzuzählen und diejenige davon zu wählen, die den Gegenwartsgewinn $\bar{C}$ maximiert. Hierfür soll zunächst eine Variable definiert werden, die der binären Variable in (3.17) entspricht und die hier mit U_i bezeichnet wird. U_i ist der Index der Investitionszeitpunkte der verschiedenen Projekte. Beispielsweise bedeutet $U_i=3_1$, daß der Vornahmezeitpunkt des ersten Investitionsprojekts t=3 ist. Hierbei definieren wir zusätzlich einen Vektor von U_i: $\bar{U} = (U_1, U_2, \ldots, U_I)$. Dabei bedeutet das i-te Element des Vektors $\bar{U}$ den Investitionszeitpunkt des Projektes i, i = 1,2,..., I.

Ist $U_i=0$, so darf das Projekt i zum Zeitpunkt U nicht vorgenommen werden. Gestützt hierauf, kann (3.17) wie folgt neu beschrieben werden:

$$(3.18) \qquad G = \max_{\bar{U} \leq N\bar{e}} \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_i U_i \quad ,$$

wobei $\bar{e} = (1,1,\ldots\ldots\ldots,1)$

Zur Verdeutlichung dieser Gleichung wird nun ein Beispiel eingeführt. Angenommen, daß X_{it} und $\bar{C}_{it}$ Elemente der Vektoren X und $\bar{C}$ sind, und daß es je drei vorzunehmende Projekte und die abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte[1] gibt, dann ist die Matrix von $\bar{C}_{it}$ gegeben als :

i \ t	1	2	3
1	6	4	8
2	10	7	5
3	-1	-2	-2

$= \bar{C}$

Tabelle 4: Matrix des Gegenwartsgewinns

Soweit keine zusätzliche Beschränkung bezüglich X_{it} gemacht wird, lautet der optimale Wert von X in (3.17) ohne Berücksichtigung der Nebenbedingungen (2.7) - (2.11);

i \ t	1	2	3
1	0	0	1
2	1	0	0
3	0	0	0

$= X^*$

Tabelle 4-1

und die Summe des dementsprechenden Gegenwartsgewinns $\bar{C}_{it}$ beträgt $\bar{C}_{13} + \bar{C}_{21} = \overset{8}{\cancel{10}} + \overset{10}{\cancel{8}} = 18$.

Auf dieser Basis ist der optimale Wert von $\bar{U}$ in (3.18) U^* = (3, 1, o)

---

1) Auf die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes wird im nächsten Kapitel näher eingegangen.

und die Summe des entsprechenden Gegenwartsgewinns

$$G = \bar{C}_{13} + \bar{C}_{21} = 10 + 8 = 18.$$

Wenn alle drei Projekte vorgenommen werden, dann ist der optimale Wert von X in (3.17)

		t			
		1	2	3	
i	1	0	0	1	$= X^*$
	2	1	0	0	
	3	1	0	0	

Tabelle 4-2

und die Summe des entsprechenden Gegenwartsgewinns

$$\bar{C}_{13} + \bar{C}_{21} + \bar{C}_{31} = 10 + 8 - 1 = 17.$$

Ebenso ist der optimale Wert von $\bar{U}$ in (4.18) $U^* = (3\ 1\ 1)$

und der entsprechende Gegenwartsgewinn

$$G = (\bar{C}_{13} + \bar{C}_{21} + \bar{C}_{31}) = 10 + 8 - 1 = 17.$$

Damit wird bestätigt, daß sowohl (2.6) als auch (3.17) identisch mit (3.18) ist, wenn die Nebenbedingungen unberücksichtigt bleiben.

3.2.2 Formulierung des dynamischen Programmierungsansatzes

Nun soll anhand der modifizierten Gleichung (3.18) das Problem (3.17) und (2.7) - (2.11) als dynamischer Programmierungsansatz formuliert werden. Hierfür soll zunächst der Programmzustand definiert werden.

Dieser Zustand kann formal so geschrieben werden: $\bar{d}=(d_1,d_2,\ldots,d_I)$. Ein Element $d_i, i=1,2,\ldots,I,$ bezeichnet eine Kombinationsmöglichkeit der Projekte (Programmzustand). Der Wert der Komponente ist identisch mit dem von X_{it}. Er ist gleich Null, wenn das Projekt nicht vorgenommen wird und gleich Eins, wenn das Projekt vorgenommen wird [1]. Der Vektor $\bar{d}$ enthält daher die Kombination der vorzunehmenden Projekte zum Zeitpunkt t. Wie aus der Tabelle 4-1 und 4-2 zu entnehmen ist, bestehen die folgenden Kombinationsmöglichkeiten (Programmzustände) zum Zeitpunkt 3 : $d_1=(o,o,o)$, $d_2=(o,o,1)$, $d_3=(o,1,o)$ $d_4=(o,1,1)$..... Damit spezifiziert $\bar{d}$ die Vornahme oder Nichtvornahme des Investitionsprojekts i zum Zeitpunkt t, t=1,2,..., N.

Bezeichnet man den maximalen Wert der Bestimmungskriterien für die Vornahme des Investitionsprojekts i, der anhand der Programmzustandes $\bar{d}$ berechnet werden kann, zum Zeitpunkt t, t= 1,2,..., N, mit V_t, so können wir so formulieren:

$$(3.19) \qquad V_t(\bar{d}) = \max_{\substack{\bar{d}\leq\bar{U}\leq t\bar{d} \\ (\text{mögliche } \bar{U})}} \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_{iU_i} .$$

Dabei beinhaltet der Ausdruck "mögliche $\bar{U}$", daß $\bar{U}$ die im zweiten Kapitel gestellten Bedingungen bzw. die Nebenbedingungen (2.7) - (2.11) erfüllen werden. Zugleich kann mit $\bar{U}_t^*$ dasjenige $\bar{U}$ bezeichnet werden, bei dem das Maximum von (3.19) erreicht wird.

Ausgehend hiervon kann nun die der Zielfunktion (3.17) und den Restriktionen (2.7) - (2.11) zugeordnete Rekursionsfunktion und Entscheidungsfunktion so formuliert werden:

---

1) Diese Definition kann so verdeutlichen: Eins von alternativen Projekten wird in der Kombination zum gegebenen Zeitpunkt t eingeschlossen, wenn $d_i = 1$. Dagegen wird das Projekt aus der Kombination ausgeschlossen, wenn $d_i = o$.

1) Für t=1 existiert kein Maximum von (3.19), so daß Rekursionsfunktion und Entscheidungsfunktion für den Programmzustand $\bar{S}$ [1] lauten

$$(3.20)\quad V_1(\bar{s}) = \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_{i1} s_i \qquad \text{und}$$

$$(3.21)\quad \bar{u}_1(\bar{s}) = \bar{s}$$

2) Für t=2,3,...,N kann die Rekursionsfunktion zunächst aus (3.19) unter der Annahme hergeleitet werden, daß $\bar{S}$ der Programmzustand in der vorangehenden Periode t-1 ist[2];

$$(3.22)\quad V_t(d) = \max_{\substack{\bar{s} \le \bar{d} \\ (\text{mögliche } \bar{s})}} \left[\max_{\bar{s} \le \bar{u} \le (t-1)\bar{s}} \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_i U_i + \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_{it}(d_i - s_i) \right]$$

$$(3.23)\quad = \max_{\substack{\bar{s} \le \bar{d} \\ (\text{mögliche } \bar{s})}} \left[V_{t-1}(\bar{s}) + \sum_{i=1}^{I} \bar{C}_{it}(d_i - s_i) \right]$$

Da $\bar{U}^*_{t-1}(\bar{s})$ die optimale Entscheidung für $\bar{S}$ ist, läßt sich die Entscheidungsfunktion - wenn $\bar{S}^*$ derjenige Wert ist, bei dem (3.23) sein Maximum erreicht - so formulieren[3];

$$(3.24)\quad \bar{U}^*_t(\bar{d}) = \bar{U}_{t-1}(\bar{s}^*) + t\,(\bar{d} - \bar{s}^*).$$

---

1) Hierbei ist $\bar{S}$ als Anfangszustand definiert.

2) Da die hinreichenden Bedingungen der Trennbarkeit und der Monotonität erfüllt sind, kann (3.19) in dieser Weise umformuliert werden: Vgl. hierzu Nemhauser, G.L., Introduction to Dynamic Programming, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1966 S. 35.

3) Vgl. hierzu 4.1.2.2 und 4.2.2.2 .

Die im zweiten Kapitel angeführten Nebenbedingungen (2.7) - (2.11) können im einzelnen wie folgt neu beschrieben werden:

Restriktion des Investitionsbudgets (Nebenbedingung (2.9))

$$(3.25) \quad \sum_{i=1}^{I} \bar{A}_{it}(d_i - s_i) \leq D_t, \quad t=1,2,\ldots\ldots,N.$$

Beschränkung bezüglich der zeitlich vorgelagerten Projekte (Nebenbedingung (2.10))

$$(3.26) \quad d_i \leq d_\varphi$$

Die sich gegenseitig ausschließende Vornehme der Investition

$$(3.27) \quad \sum_{i \in I} d_i \leq 1$$

Diese Restriktion entspricht der Nebenbedingung (2.7). Alle vorzunehmenden Projekte sind sich gegenseitig ausschliessend. Ihre Zahlungsströme sind auch alternativ. (3.27) bedeutet daher, daß jedes Projekt wenn überhaupt, zu einem einzigen Zeitpunkt im Intervall (1,N) vorgenommen werden kann.

Restriktion des Investitionszeitpunktes (Nebenbedingung (2.11))

$$(3.28) \quad d_i - s_i \leq 0, \quad t \leq t_1 \quad \text{und} \quad t \geq t_2 .$$

Der hier vorgestellte Lösungsansatz (3.20), (3.21), (3.23) und (3.24) liefert zusammen mit (3.25) - (3.28) die Lösung des Problems des optimalen Investitionsprogramms. Im nächsten Kapitel wird anhand dieser Methode bestimmt, zu welchem von den abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkten die geplanten Projekte unter Berücksichtigung der verschiedenen Restriktionen vorgenommen werden sollen, d.h. das Problem des optimalen Investitionsprogramms.

4. Der optimale Investitionszeitpunkt im Konjunkturverlauf

In 4.1 wird der optimale Investitionszeitpunkt während des Aufschwungs sowohl für ein einzelnes Projekt als auch für mehrere Projekte untersucht. In 4.2 erfolgt eine entsprechende Untersuchung für die Abschwungsphase.

4.1 Die optimalen Investitionszeitpunkte während des Aufschwungs

4.1.1 Zur Bestimmung der optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt

4.1.1.1 Vorbemerkungen

Im vorliegenden Abschnitt geht es um die Bestimmung der optimalen Investitionszeitpunkte während des Aufschwungs. Das in 3.1 entwickelte Grundmodell (3.9) soll zu diesem Zweck für das genannte Problem spezifiziert werden. Da nach Definition im dritten Kapitel

$$\alpha_{it} = \begin{cases} \alpha & \text{für } t^{+}_{-n} \leq t \leq t^{-} \\ 0 & \text{für } t^{-}_{-n} \leq t < t^{+} \end{cases}$$

ist, kann die Gleichung (3.9) so geschrieben werden:

$$\begin{aligned} (4.1)\quad \bar{G}_{it} = \Big\{ & \sum_{j=t}^{J} E_{ij}\,(1+\rho)^{1-j} - \bar{A}_{it}(1+\rho)^{1-t} \\ & - \Big[(g_i+v_i)\int_{M_{it}}^{\infty}(Q_{it}-M_{it})f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it} \\ & + (\lambda_i+rp_i)\int_{0}^{M_{it}}(M_{it}-Q_{it})f_{LN}(Q_{it})\,dQ_{it}\Big]\Big\}^{1)}, \end{aligned}$$

$$t=1,2,\dots,N \;;\; i=1,2,3$$

$$M_i = 0, q_i, 2q_i, \dots, mq_i.$$

---

1) Vgl. hierzu die Fußnote 1-iii auf der Seite 35.

Die Kostenfunktion lautet:

$$(4.2)\quad K(\bar{A}_i,t)=\Big[\bar{A}_{it}(1+\rho)^{1-t}+(g_i+\omega_i)\int_{M_{it}}^{\infty}(Q_{it}-M_{it})f_{LN}(Q_{it})dQ_{it}$$
$$+(\lambda_i+rp_i)\int_{0}^{M_{it}}(M_{it}-Q_{it})f_{LN}(Q_{it})dQ_{it}\Big].$$

Ausgehend von der Ersetzung der Zielfunktion (2.3) durch (4.1) werden im folgenden die optimalen Investitionszeitpunkte des i-ten Projekts bestimmt, die die Lösung des Problems (4.1) und (2.3) - (2.4) darstellen.

4.1.1.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt

a. Herleitung der Kriteriumsfunktion

Der Unternehmer sollte, wie bereits ausgeführt, vom kritischen Zeitpunkt [1] an die optimalen Investitionszeitpunkte für das einzelne Projekt rückwärts bestimmen. Hierfür soll zunächst eine Kriteriumsfunktion hergeleitet werden.

Unter Zuhilfenahme von (3.11) wird hier die erste Differenz der Gleichung (4.2) eingeführt:

$$\Delta K(m\bar{p}_i,t)=\Big\{-[(g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i]+(g_i+\omega_i)q_i\int_{0}^{M_i}\int_{t_o}^{t}f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau dQ_i$$
$$+(\lambda_i+rp_i)\int_{0}^{M_i}\int_{t_o}^{t}(1-f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau dQ_i\Big\}.$$

Wie bereits in 3.1.2.1 b erwähnt, beinhaltet der erste Ausdruck in der geschweiften Klammer die auf Investitionsausgaben, d.h. auf Kapazitätserweiterung, bezogene Abnahme der Fehlmengenkosten. Mit anderen Worten, dies ist ein Vergleich der Fehlmengenkostenersparnis mit den Investitionsausgaben zum Zeitpunkt t. Der zweite Ausdruck impliziert die auszugleichenden Fehlmengenkosten bei der bereits im Unternehmen vorhandenen oder erweiterten Kapazität M_i und

1) Vgl. hierzu 3.1.2.2 .

der dritte die zu erwartenden Leer- und Zinskosten.

Anhand dieser ersten Differenz soll nun eine Kriteriumsfunktion entwickelt werden, in der die auszugleichenden Fehlmengenkosten und die zu erwartenden Leer- und Zinskosten einbezogen werden. Addiert man hierfür $((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$ zu der ersten Differenz [1] der Gleichung (4.2) und ersetzt die Variable $\bar{A}_i$ und $\bar{M}_i$ durch $m\bar{p}_i$ und mq_i gemäß der Annahme in 3.1.1.2-c-ii, so erhält man

$$H(m\bar{p}_i\ ,\ t\ ) = \triangle K(m\bar{p}_i, t) + ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i) \tag{4.3}$$

$$= \Big\{ (g_i+\omega_i)q_i \int_0^{mq_i} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})\,d\tau\,dQ_i$$

$$+ (\lambda_{it}+rp_i)q_i \int_0^{mq_i} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})\,d\tau\,dQ_i \Big\}\ ,$$

wobei die Zeitvariable t vom Zeitpunkt t_o an rückwärts läuft.

Die Gleichung (4.3) zeigt, daß die Investitionsausgaben im Aufschwung entsprechend der Veränderung der Nachfrage vorgenommen werden, und daß die Erweiterung der Investitionsausgaben $\bar{A}_i = m\bar{p}_i$, m=o, 1,2,..., im Zeitab-lauf die Veränderung der Produktionskapazität herbeiführt. Da je nach Veränderung von Produktionskapazität und Nachfrage sich auch die Fehlmengen-, Leer- und Zinskosten ändern, soll nun die Kostenfunktion H mit der Investitionsausgabeneinheit verglichen werden, um zu beurteilen, ob die zum gegebenen Zeitpunkt eingesparten Fehlmengenkosten die Leer- und Zinskosten sowie Investitionsausgaben decken können.

Dieser Vergleich läßt sich unter Berücksichtigung der Kriteriumsfunktion für die Bestimmung des kritischen Wertes von $\bar{A}_i$ (3.16) so formulieren [2]:

---

1) Vgl. hierzu die Gleichung (3.11).

2) Die ersparten Fehlmengenkosten können in der Tat als Einnahmeströme angesehen werden. Aus diesem Grund können die Kosten mit $\bar{p}_i$ verglichen werden.

$$
(4.4)\qquad
\begin{aligned}
H(\ (m-1)p_i, t\ ) &\leq (\ (g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i\ ) \\
H(\ (mp_i\ , t-1\ ) &> (\ (g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i\ )
\end{aligned}
$$

Die linke Seite der Gleichung (4.4) ist identisch mit der Gleichung (4.3). Dabei nimmt der Wert der Zeitvariablen ab und nehmen dagegen die Investitionsausgaben zu, da die Entscheidung vom gegebenen Zeitpunkt t an oder genau vom kritischen Zeitpunkt t_o an rückwärts getroffen wird. Die rechte Seite beinhaltet eine Linie, die parallel zur Abszisse in Höhe von $\bar{P}_i$ aufgezeichnet wird.

Hierdurch läßt sich das Verhalten von $\bar{A}_i$ bezüglich $t \in T^+$ und damit die Bestimmung der optimalen Investitionszeitpunkte während des Aufschwungs darstellen, wenn die Eigenschaften von H und der ersten Ableitung H' bezüglich $t \in T^+$ bekannt sind, wobei

$$
(4.5)\qquad H'(m\bar{p}_i, t) = \Big[\ -(g_i+\omega_i)q_i F_{LN}(mq_{it}) + (\ldots + rp_i)q_i(1-F_{LN}(mq_{it})\ )\Big]^{1)}
$$

Im folgenden wird zuerst auf die Eigenschaften von H, H' und H'' während des Konjunkturaufschwungs eingegangen, bevor die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt bei prozyklischer Investitionspolitik bestimmt werden.

b. Grenzwerte von H und H'

Die Eigenschaften von H und H' können abhängig von der Zeitvariablen $t \in T^+$ und den Investitionsausgaben $\bar{A}_i = m\bar{p}_i$ wie folgt charakterisiert werden:

---

1) Wie bereits in 3.1.1 und 3.1.2 erwähnt, nehmen die Fehlmengenkosten bei der Vornahme der Investition, d,h. bei der Erweiterung der Kapazität ab. Die Gleichung (4.5) beinhaltet, daß $m\bar{p}_i$ zum Zeitpunkt t vorgenommen wird, d.h., daß mq_i Nachfrageeinheit befriedigt werden. $(g_i+\omega_i)q_i$ besitzt daher ein negatives Vorzeichen.

(4.6-1) $\lim_{t \to t_o \leq t^+} H(m\bar{p}_i, t) = (g_i + \omega_i) m q_i$ für begrenzte m,

wenn $\lim_{t \to t_o \leq t^+} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})\,d\tau = 1$ [1] und

$\lim_{t \to t_o \; t^+} \int_{t_o}^{t} (1 - f_{LN}(Q_{i\tau}))\,d\tau = 0.$

Dieser Grenzwert besagt, daß der Unternehmer im Laufe des Aufschwungs erwartet, eine ausreichende Nachfrage für sein Produkt zu finden. Daher entstehen nur die Fehlmengenkosten. Mit anderen Worten, der Unternehmer kann im Laufe des Aufschwungs die Nachfrage mq_i befriedigen.

(4.6-2) $\lim_{t \to t_o \leq t^+} H'(o,t) = -[(g_i + \omega_i) q_i F_{LN}(Q_{it}) - (\lambda_i + rp_i) q_i (1 - F_{LN}(Q_{it}))],$

wenn $\lim_{t \to t_o \leq t^+} F_{LN}(Q_{it}) \leq 1$ und

$\lim_{t \to t_o \leq t^+} (1 - F_{LN}(Q_{it})) > 0.$

Dieser Ausdruck beinhaltet, daß im Laufe des Aufschwungs Leer- und Zinskosten entstehen können, wenn die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Nachfrage noch nicht ihren Extremwert erreicht hat. Weiter ist

(4.6-3) $\lim_{t \to t_o \leq t^+} H'(m\bar{p}_i, t) = (\lambda_i + rp_i) q_i ,$

wenn die Beziehung $\lim_{t \to t_o \leq t^+} dF_{LN}(Q_{it})/dt \; \lim_{t \to t_o \leq t^+} F_{LN}(Q_{it})$

---

1) Hierbei bezeichnet $\int_{t_o}^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})\,d\tau$ die Veräderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die vorhandene Nachfrage im Zeitablauf, da $0 \leq Q_{it} < \infty$ im Zeitintervall $t \in [0, t_o]$ ist.

besteht und die Nachfragemenge mq_i zum Zeitpunkt t befriedigt wird. Dieses triviale Ergebnis besagt, daß Leer- und Zinskosten entstehen, wenn der Unternehmer eine Investition über die zu erwartende Nachfragemenge hinaus vornimmt.

Im folgenden wird das Verhalten von H und H' bei der Konvergenz der Zeitvariablen gegen den unteren konjunkturellen Scheitelpunkt untersucht. Es ist

$$(4.7\ 1)\qquad \lim_{t\to t_{-n}^-} H(o,t) = (\lambda_i + rp_i)q_i(1-F_{LN}(Q_{it})),$$

wenn $\lim_{t\to t_{-n}^-} F_{LN}(Q_{it}) \geq o.$ Dies bedeutet, daß der Unternehmer keine Investition vornehmen sollte, weil die zu erwartende Nachfrage im Anfangsstadium des Aufschwungs zu gering ist. Hieraus ergeben sich direkt die folgenden Grenzwerte:

$$(4.7\text{-}2)\qquad \lim_{t\to t_{-n}^-} H(m\bar{p}_i, t) = (\lambda_i + rp_i)mq_i, \text{ weil } \lim_{t\to t_{-n}^-} F_{LN}(Q_{it}) = o.$$

$$(4.7\text{-}3)\qquad \lim_{t\to t_{-n}^-} H'(m\bar{p}_i, t) = o$$

c. Die Eigenschaften von H''

i. Eigenschaft von $H''(m\bar{p}_i, t)$

Bevor der optimale Investitionszeitpunkt anhand der Kostenfunktion H bestimmt wird, soll noch die Eigenschaft von $H''(m\bar{p}_i, t)$ untersucht werden, daß $H''(m\bar{p}_i, t)$ für best-immte $m=0,1,2,\ldots, m_1$ (m_1 obere Schranke) im Zeitintervall $t\in(t_{-n}^-, t_o]$ [1] höchstens einmal sein Vorzeichen wechselt.

---

[1] Die Investitionsentscheidung wird, wie bereits dargestellt, von t_o an rückwärts getroffen. Daher läuft die Zeitvariable t in dem angeführten Zeitintervall von t_o an bis t_{-n}^-.

Der Beweis dieser Eigenschaft basiert auf der Gleichung (4.5). Da zum Zeitpunkt t_o, wie bereits angenommen, $F_{LN}(Q_{it_o}) \leq 1$ und $F_{LN}(Q_i, t < t_o) \in [0, 1)$ gilt, kann eine neue Variable eingeführt werden: $b = (1 - F_{LN}(Q_{it}))$. Während t im Zeitintervall $(\bar{t}_{-n}, t_o]$ [1] variiert, variiert auch diese Variable im halb offenen Intervall $[0, 1)$. Aus diesem Grund ist die Transformation zwischen den Variablen, nämlich die von t zu b identisch mit der von b zu t. Demnach kann H' als eine Funktion dieser Variable beschrieben werden:

$$(4.8) \quad H'(m\bar{p}_i, b) = [-(g_i+\omega_i)q_i(1-b) + (\lambda_i r p_i)q_i b]$$

Da in

$$(4.9) \quad H''(m\bar{p}_i, t) = H''(m\bar{p}_i, b)\frac{db}{dt}$$

$\frac{db}{dt} > 0$ für alle $b \in [0,1)$ ist, ist das Vorzeichen von $H''(m\bar{p}_i, t)$ identisch mit dem von $H''(m\bar{p}_i, b)$. Aus der zweiten Ableitung von (4.8) ergibt sich dann

$$(4.10) \quad H''(m\bar{p}_i, b) = \{-(g_i+\omega_i)q_i + ((g_i+\omega_i)+(\lambda_{it}+rp_i))q_i\frac{d}{dt}b\}.$$

Aus dieser Gleichung folgt, daß das Vorzeichen von $H''(b)$, nämlich $H''(t)$, vom Wert der Ausdrücke in der geschweiften Klammer abhängt, da für $b \in [0,1)$ $\frac{d}{dt}b > 0$ ist. In diesem Fall ändert sich das Vorzeichen der Gleichung (4.10) höchstens einmal, da sie linear in $b \in [0,1) \Rightarrow \frac{d}{dt}b \in [0, 1)$ ist.

Mit anderen Worten, $H''(m\bar{p}_i, t)$ besitzt höchstens einmal eine Vorzeichensänderung im Zeitintervall $(\bar{t}_{-n}, t_o]$ für alle $m \geq 1$.

---

[1] Vgl. hierzu die Fußnote 1 auf der Seite 56.

ii. Eigenschaft von H'' (o,t)

Wenn in (4.3) m mit Null gleichgesetzt wird, ergibt sich dann

$$H(o,t)= (g_i+\omega_i)q_i\int_{t_o}^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau + (\lambda_i+rp_i)q_i\int_{t_o}^{t}(1-f_{LN}(Q_{i\tau}))d\tau.$$

Ihre erste Ableitung lautet

$$H'(o,t)= ((g_i+\omega_i)q_iF_{LN}(Q_{it})+(\lambda_i+rp_i)q_i(1-F_{LN}(Q_{it})) \quad .$$

Da $(1-F_{LN}(Q_{it}))' \geq o$ für alle Q_{it}, $t=t_o, \ldots,-\infty$, kann hierbei auch die Variable $b=(1-F_{LN}(Q_{it}))$ eingeführt werden. Transformiert die Zeitvariable t in H'(o,t) zu dieser Variablen, ergibt

$$H'(o,b)=\{(g_i+\omega_i)q_i(1-b) + (\lambda_i+rp_i)q_ib\}.$$

Ihre zweite Ableitung lautet:

$$H''(o,b)= \{-(g_i+\omega_i)+ [(\lambda_i+rp_i)-(g_i+\omega_i)]q_i\frac{d}{dt}b \}$$

Da für $b\in [o,1)$ $\frac{d}{dt}b>0$ ist, hängt das Vorzeichen von H(O,b) vomWert der Ausdrücke in der geschweiften Klammer ab. Sowohl für den Fall $(\lambda_i+rp_i)>(g_i+\omega_i)$ als auch für den Fall $(\lambda_i+rp_i)<(g_i+\omega_i)$ gilt $H''(o,b)>o$, da $b\in[o,1)\Rightarrow\frac{d}{dt}b\in[o,1)$. H''(o,t) ändert sich nicht sein Vorzeichen. Mit anderen Worten, H''(O,t) besitzt daher keine Vorzeichenveränderung.

d. Die Sätze

Aus den Eigenschaften von $H''(m\bar{p}_i,t)$ und H''(o,t) sowie den Grenzwerten von H und H'werden im folgenden drei Sätze entwickelt. Diese Sätze sind von Bedeutung für die Ableitung der optimalen Investitionszeitpunkte während des Aufschwungs.

(Satz 1). Der kritische Wert [1] der Investitionsausgaben ist für $t \longrightarrow -\infty$ nach oben begrenzt.

Beweis: Angenommen, $\bar{A}_i = m^* \bar{p}_i$ sei das kleinste Niveau der Erweiterung der Investitionsausgaben und erfülle die Kriteriumsfunktion

$$H((m^*-1)\bar{p}_i,\ t) \leq ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$$

$$H(m\bar{p}, t-1) > ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i),$$

so kann die Größe $m^* \bar{p}_i$ als kritisches Niveau definiert werden. Wenn weiter aufgrund der Gleichung (4.7-1) und (4.7-2) die Beziehung $(\lambda_i + r p_i) q_i (1 - F_{LN}(m^* q_{it})) > ((g_i+\omega_i) - \bar{p}_i))$ erfüllt, gilt diese Beziehung analog für $m\bar{p}_i > m^*\bar{p}_i$:

$$(\lambda_i + r p_i) q_i (1 - F_{LN}(m q_{it})) > ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i).$$

Hieraus kann geschlossen werden, daß das krititische Niveau der Investitionsausgaben nach oben durch $m^* \bar{p}_i$ begrenzt ist, falls $t \longrightarrow -\infty$. Damit ist der Satz 1 bewiesen. Dieser Satz impliziert, daß der Unternehmer im weiteren Verlauf des Aufschwungs die Investitionsausgaben nur bis $\bar{A}_i = (m^*-1)\bar{p}_i$ ausdehnen darf. Bei einer Ausdehnung über diesen Wert hinaus geht das Unternehmen das Risiko einer Überinvestition sowohl im Anfangsstadium des Aufschwungs als auch in der Hochjunktur ein.

(Satz 2) i. Die Kurve von H (o,t) ist konvex im Zeitraum $(t_{-n}, t_o]$,

ii. Die Kurve von H ($m\bar{p}_i$, t) ist entweder durchgehend konkav oder am Anfang konkav und bleibt dann konvex in $t \in (t_{-n}, t_o]$ für $m \geq 1$.

Beweis zu i.
Wie bereits erwähnt, gilt $H''(0,t) > 0$. $H(0,t)$ ist daher durchgehend konvex in t.

---

[1] Vgl. hierzu 3.1.3 .

Beweis zu ii.

Gemäß der Eigenschaft von (4.10) besitzt $H''(m\bar{p}_i,t)$ höchstens eine Vorzeichenveränderung im Zeitablauf für alle $m\geq 1$. Aus der Gleichung (4.10) ergibt sich ferner, daß $H''(m\bar{p}_i,t)$ am Anfang negativ ist. Demnach ist $H(m\bar{p}_i,t)$ entweder durchgehend konkav oder am Anfang konkav und bleibt dann konvex, während t im Zeitintervall $(t_{-n}^{-},t_o]$ abläuft.

Der Satz 2-ii besagt, daß die Kurve von H am Anfang bei der jeweiligen Erweiterung von $m\bar{p}_i$, m=1,2,....., ansteigt und von irgendeinem Zeitpunkt an wieder sinkt (Vgl. Abb. 4,5 und 6). Eventuell ist $H(m\bar{p}_i,t)$ durchgehend konkav für begrenzte m=1,2,...,m-1.

(Satz 3) Die Kostenfunktion $H(m\bar{p}_i,t)$ kreuzt die Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$ mindestens einmal von oben her für $m\bar{p}_i=o,\bar{p}_i,2\bar{p}_i,..,(m-1)\bar{p}_i$, wenn letztere parallel zur Zeit-Achse in Höhe von $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$ aufgezeichnet wird (Vgl. Abbildungen 4,5 und6).

Beweis:

Da nach dem Grenzwert (4.6-1) $H(m\bar{p}_i,t)=(g_i+\omega_i)mq_i$ für begrenzte m gilt, beginnt $H(m\bar{p},t)$ oberhalb der Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$. Darüberhinaus ist $H'(0,t_o\ t^+)=-((g_i+\omega_i)q_iF_{LN}(Q_{it})-(\lambda_i+rp_i)q_i(1-F_{LN}(Q_{it}))$. Es ist daher klar, daß aufgrund der Eigenschaft von H'' und des Satzes 2 $H'(m\bar{p}_i,t)$ einmal negativ wird, und daß es danach noch negativ bleibt. Dementsprechend senkt sich die Funktion H in Abb. 4,5 und 6 soweit nach unten, bis sie die Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$ schneidet. Hieraus ergibt sich der Satz 3.
Für diejenigen m, die grösser als die obere Schranke sind, nimmt $H(m\bar{p}_i,t)$ weiter zu und kann daher nicht die Linie $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$ schneiden.

e. Folgerung

Aus den bisherigen Sätzen geht hervor, daß man die gesuchten optimalen Investitionspunkte t, t=1, 2,.....,t_o, vom Zeitpunkt $t_o \in (t_{-n}^{-}, t^{+})$ an rückwärts bestimmen kann, wenn man die Kostenfunktion $H(m\bar{p}_i, t)$ für $m\bar{p}_i = o, \bar{p}_i, 2\bar{p}_i, \ldots, (m-1)\bar{p}_i$ mit der Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$ gleichsetzt. Hierbei ist m^* die krititsche Anzahl der anzuschaffenden Anlagen. Aus dieser Tatsache und der Kriteriumsfunktion (4.4) kann wieder gefolgert werden, daß der Unternehmer von irgendeinem Zeitpunkt $t < t_o \in \mathbb{T}^+$ an (t=1, 2,....., t_o) die Investitionsausgaben prozyklisch vornehmen soll, wenn die Kostenfunktion H im Zeitintervall (t,t-1) die Kritteriumsfunktion erfüllt:

$$H((m-1)\bar{p}_i,\ t) \leq ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i)$$
$$H(m\bar{p}_i,\ t-1) > ((g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i).$$

Das bedeutet, daß der Unternehmer die Investitionsausgaben erst vornehmen kann, wenn die Kurve der Kostenfunktion H zum Zeitpunkt t unterhalb der Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i+\bar{p}_i)$ bleibt und damit die beiden Kurven zusammenfallen. Dieses Kriterium beinhaltet, daß der Unternehmer erst zu demjenigen Zeitpunkt im Aufschwung die Investitionsausgaben vornehmen kann, zu dem die erwarteten Einnahmeströme aus dem Projekt bei prozyklischer Investitionspolitik die Investitionsausgaben decken. Diese prozyklische Investitionspolitik soll der Unternehmer zum Zeitpunkt t_o beenden.

4.1.1.3 Zahlenbeispiel zu 4.1.1.2

a. Die Modifikation der Kriteriumsfunktion (4.4)

Der Unternehmer kann, wie bereits untersucht, den optimalen Investitionszeitpunkt bestimmen, wenn die Kostenkurve von H die Kostenlinie $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$ von oben her schneidet. Zur

Berechnung des optimalen Investitionszeitpunktes soll daher die rechte Seite der Kriteriumsfunktion (4.4) modifiziert werden.

Die rechte Seite dieser Kriteriumsfunktion beinhaltet nun eine Gerade $((g_i+\omega_i)q_i-\bar{p}_i)$, die parallel zu Abszisse in Höhe von $\bar{p}_i$ aufgezeichnet wird. Wenn der konstante Wert $(g_i+\omega_i)q_i$ in dieser Gerade unberücksichtigt bleibt, kann die angeführte Gerade einfach als "eine Gerade $\bar{p}_i$" bezeichnet werden. Unter der Annahme, daß der konstante Wert $(g_i+\omega_i)q_i$ vorläufig nicht berücksichtigt wird, erfolgt folglich die Modifikation der Kriteriumsfunktion (4.4) wie folgt [1]:

$$(4.11) \qquad H((m-1)\bar{p}_i, t) \leq \bar{p}_i$$

$$H(m\bar{p}_i, t-1) \rangle \bar{p}_i, \quad i=1,2,3.$$

b. Die Zahlenannahmen

Ausgehend hiervon sind vorab die angenommenen Werte der Koeffizienten der einzelnen Projekte in Tabelle 4 zusammengestellt. Nun soll weiter die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die zu befriedigende Nachfrage des i-ten Projekts spezifiziert werden, damit Fehlmengen-, Leer- und Zinskosten berechnet werden können. Hierfür werden zunächst die angenommenen Werte des Zuwachses der Nachfrage des i-ten Projekts und der Zustand der Nachfrage zu verschiedenen Zeitpunkten zusammengestellt:

---

[1] Hierdurch kann man leicht beurteilen, ob die Werte der Kostenfunktion H kleiner oder grösser sind als die Investitionsausgaben $\bar{p}_i$ zum Zeitpunkt t, d.h. ob die Fehlmengenkostenersparnis die Investitionsausgaben übersteigt.

i	t	t^{-}_{-n}					
		o	1	2	3	4	5
1	Zuwachs	5	5	9o	8o	3o	
	Zustand	5	1o	1oo	18o	21o	
2	Zuwachs	4	-1	2	5	7o	2o
	Zustand	4	3	5	1o	8o	1oo
3	Zuwachs	5	5	1o	1oo	4o	
	Zustand	5	1o	2o	12o	16o	

Bem. : $t^{-}_{-n} = o$

Hiernach werden weiter die Größenverhältnisse der zu verschiedenen Zeitpunkten bestehenden Nachfrage des i-ten Projekts in Tabelle 5 zusammengestellt [1].

[1] Hierbei wird die Lebensdauer der einzelnen Investitionsprojekte mit 1o Jahren angenommen.

Tabelle 4

i	1 $\bar{p}_i$	2 q_i	3 g_i	4 ω_i	5 λ_i	6 p_i	7 r	8 ρ	9=(3+4)x2 $(g_i+\omega_i)q_i$	10=(5+6x7)x2 $(\lambda_i+rp_i)q_i$
1	150	60	1	3	3.25	5	0.05	0.05	240	210
2	80	30	1.5	1.5	2.65	3	0.05	0.05	90	84
3	30	25	1	1	1.7	2	0.05	0.05	50	45

Tabelle 5

i	t	o	1	2	3	4	5	----------	10
	$W_{1t}=\ln Z_{1t}$	5	$\ln\frac{10}{5}=0,6931$	$\ln\frac{100}{10}=2,3026$	$\ln\frac{180}{100}=0,5878$	$\ln\frac{210}{180}=0,5068$			
1	$\sum W_{1t}$		0,6931	2,9975	3,5835	4,0903			
	F_{LN}		0,7554	0,9985	0,9998	1			
	$W_{2t}=\ln Z_{2t}$	5	$\ln\frac{10}{5}=0,6931$	$\ln\frac{20}{10}=0,6931$	$\ln\frac{120}{20}=1,7918$	$\ln\frac{160}{120}=0,4055$	ln		
2	$\sum W_{2t}$		0,6931	1,3862	3,0780	3,4835			
	F_{LN}		0,7554	0,9050	0,9990	0,9996			
	$W_{3t}=\ln Z_{3t}$	4	$\ln\frac{3}{4}=-0,2877$	$\ln\frac{5}{3}=0,5068$	$\ln\frac{10}{5}=0,6931$	$\ln\frac{80}{10}=2,0794$	$\ln\frac{100}{80}=0,2231$		
3	$\sum W_{3t}$		- 0,2877	0,2931	0,9122	2,9916	3,2147		
	F_{LN}		0,4910	0,5979	0,8160	0,9985	0,9993		

Anhand der logarithmierten Werte dieser Größenverhältnisse wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Nachfrage zum Zeitpunkt t, t=1,2,..., aus der Tabelle der Normalverteilung berechnet (Tabelle 5, Zeile 4,7 und 10).

c. Die Berechnung des Optimums

Auf der Basis dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung über die zu befriedigende Nachfrage werden Fehlmengen-, Leer- und Zinskosten berechnet und in den Tabellen 6,7 und 8 zusammengestellt. Diese drei Tabellen zeigen,welcher optimale Investitionszeitpunkt für das i-te Projekt während des Aufschwungs sich ergibt.

Durch Einsetzen der berechneten Kosten in (4.11) kann der Unternehmer nämlich bestimmen, ob er zum Zeitpunkt t die Investitionsausgaben des i-ten Projekts vornehmen kann. Wie aus der 6-ten Spalte der Tabelle 6,7 und 8 zu ersehen, kann der Unternehmer den Investitionszeitpunkt vom Zeitpunkt t_o an rückwärts bestimmen [1].

Die berechneten optimalen Investitionszeitpunkte der einzelnen Projekte können wie folgt zusammengefaßt werden:

t / i	t_{-n}^{-}	o	1	2	3	4	5
1			▽	▽	▽	▽	
2			▽	▽	▽	▽	
3					▽	▽	▽

Bem. : ▽ ; Der optimale Zeitpunkt, zu dem Investitionsprojekt vorgenommen werden kann.

---

[1] Vgl. zu den näheren Rechen-gang des optimalen Investitionszeitpunktes den Anhang 2.

Tabelle 6. Die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für das Projekt 1

t	m	$H(t,m\bar{P}_1)$	(1) $(g_1+w_1)q_1F_{LN}(Q_{1t})$	(2) $(\lambda_1+rp_1)q_1(1-F_{LN}(Q_{1t}))$	(1)+(2) $+(g_1+w_1)q_1$ $\{\gtrless\}\ \bar{P}_1$	Bestimmung von $t_0=4$ am
t_0	0	$H(t_0,\bar{P}_1)$	240	0	$0<150$	4
t_0-1	1	$H(t_0-1,\bar{P}_1)$	239.95	0.042	$0.1<150$	3
t_0-2	2	$H(t_0-2,2\bar{P}_1)$	239.64	0.315	$0.68<150$	2
t_0-3	3	$H(t_0-3,3\bar{P}_1)$	181.29	51.36	$110.07<150$	1
t_0-4	4	$H(t_0-4,4\bar{P}_1)$	20 *	210 **	$430>150$	0

* Aufgrund der Zahlenannahme in Tabelle 5 ist die Nachfrage zum Zeitpunkt $\bar{t}-4=0$ gleich 5. Daher betragen die Fehlmengenkosten DM 20,- .

** Zum Zeitpunkt $\bar{t}-4=0$ konvergiert die Wahrscheinlichkeitsverteilung gegen 0. Daher entstehen nur Leer- und Zinskosten DM 210,-, $((3{,}25+0{,}25)\times 60=210)$.

Tabelle 8. Die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für das Projekt 2

t	m	$H(t, m\bar{p}_2)$	(1) $(g_2+w_2)q_2F_{LN}(Q_{2t})$	(2) $(\lambda_2+r\bar{p}_2)q_2(1-F_{LN}(Q_{2t}))$	(1)+(2)+$(g+\omega)q$ $\{\geq\}\ \bar{p}_2$	Bestimmung von $t_0=4$ an
t_0	0	$H(t_0, 0)$	- 89.96	0.033	$0.033 < 80$	4
t_0-1	1	$H(t_0-1, \bar{p}_2)$	- 89.91	0.084	$0.134 < 80$	3
t_0-2	2	$H(t_0-2, 2\bar{p}_2)$	- 81.45	7.89	$16.40 < 80$	2
t_0-3	3	$H(t_0-3, 3\bar{p}_2)$	- 67.86	20.54	$42.64 < 80$	1
t_0-4	4	$H(t_0-4, 4\bar{p}_2)$	- 15 *	84 **	$158.96 > 80$	0

* Aufgrund der Zahlenannahme in Tabelle 5 ist die Nachfrage zum Zeitpunkt $t_0-4=0$ gleich 5 Einheit. Daher betragen das Fehlmengenkosten 15.

** Zum Zeitpunkt t_0-4 hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung den Wert Null. Aus diesem Grund entstehen nur Leer- und Zinskosten: 2.8x30.

Tabelle 7. Die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes für das Projekt j

t	m	$H(t, m\bar{p}_j)$	(1) $(g_j+w_j)q_j F_{LN}(Q_{jt})$	(2) $(\lambda_j+r\bar{P}_j)q_j(1-F_{LN}(Q_{jt}))$	(1)+(2)+$(g_j+w_j)q_j$ $\{\gtrless\}\ \bar{P}_j$	Bestimmung von $t_0=5$ an
t_0	0	$H(t_0, 0)$	− 49.96	0.031	$0.031 < 30$	5
t_0-1	1	$H(t_0-1, \bar{p}_j)$	− 49.92	0.067	$0.107 < 30$	4
t_0-2	2	$H(t_0-2, 2\bar{p}_j)$	− 40.80	8.28	$17.44 < 30$	3
t_0-3	3	$H(t_0-3, 3\bar{p}_j)$	−29.89	18.09	$38.16 > 30$	2
t_0-4	4	$H(t_0-4, 4\bar{p}_j)$	−20.9	26.19	$55.25 > 30$	1

Dieser Bestimmungsprozeß des optimalen Investitionszeitpunktes für das einzelne Projekt wird im oberen Teil der Abbildungen 4,5 und 6 veranschaulicht. Das sich hieraus ergebende Niveau der Investitionsausgaben wird im unteren Teil der Abbildungen 4,5 und 6 eingezeichnet.

Bei der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes wurden nicht die betriebsendogenen Beschränkungen wie z. B. Budgetbeschränkungen, sondern nur die konjunkturell bedingten Kostenfaktoren berücksichtigt. Dabei können daher die optimalen Investitionsausgaben nicht bestimmt werden. In diesem Sinne sind die bisher abgeleiteten Investitionszeitpunkte nur mögliche Investitionszeitpunkte [1].

---

[1] Vgl. hierzu die Fußnote 1 auf der Seite 13.

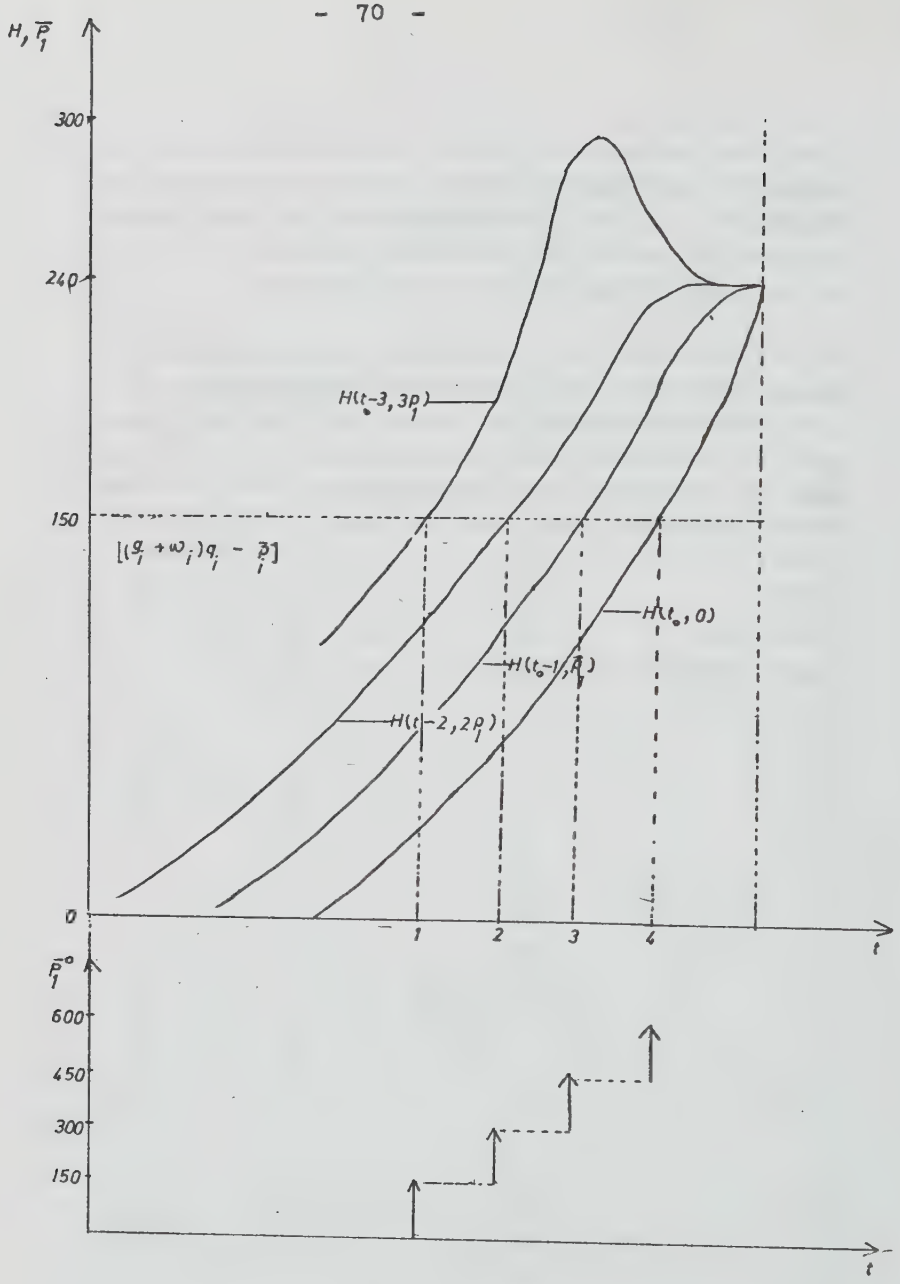


Abb. 4 Der optimale Investitionszeitpunkt für das Projekt 1

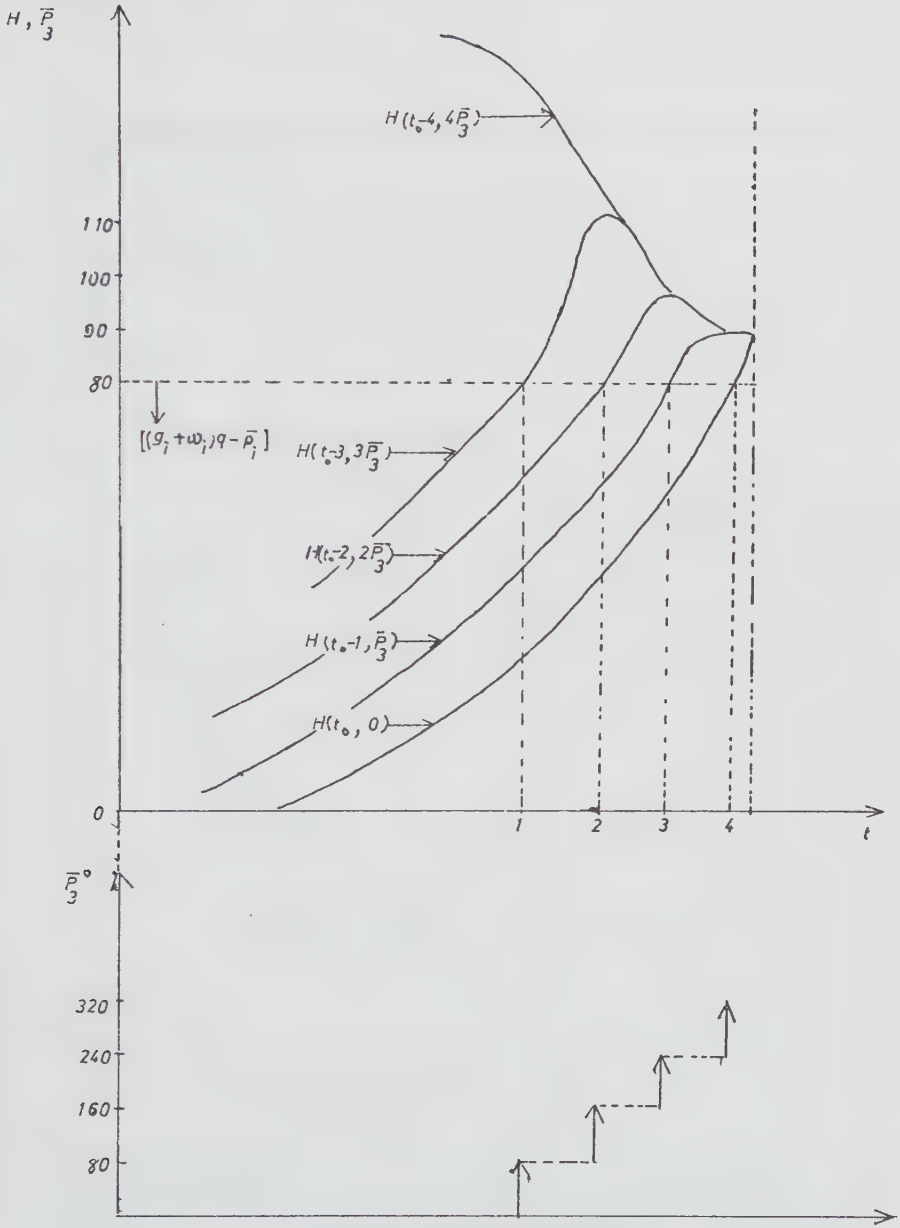


Abb. 6 Der optimale Investitionszeitpunkt für das Projekt 2

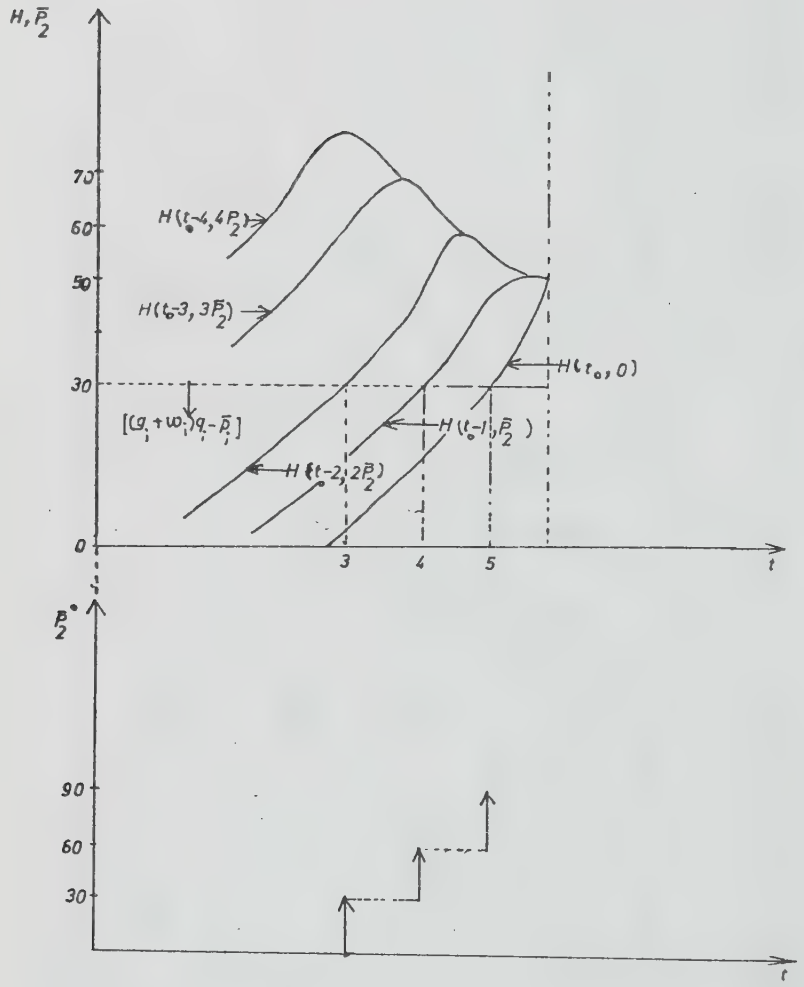


Abb5. Der optimale Investitionszeitpunkt für das Projekt 3

4.1.2 Zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms

Bis jetzt wurde der optimale Investitionszeitpunkt für ein einzelnes Projekt nur unter Berücksichtigung der Kostenfaktoren bestimmt. Ausgehend hiervon wird im vorliegenden Abschnitt das Problem (2.6) - (2.11), d.h. die Frage des optimalen Investitionsprogramms im Zeitintervall (t^-_{-n}, t^+) untersucht.

4.1.2.1 Methodische Vorbemerkungen

Ausgangspunkt ist die Berechnung des Gegenwartsgewinns $\hat{C}_{it}, i=1,2,..,I$ und $t=1,2,...,$ wobei alle t die im vorangehenden bestimmten optimalen Investitionszeitpunkte sind. Da alle bereits angeführten Kosten in die Berechnung des Gegenwartsgewinns einbezogen werden müssen, soll $\hat{C}_{it}$ in den Gleichungen (3.17), (3.18), (3.19), (3.20) und (3.23) zunächst wie folgt umformuliert werden:

$$(4.12)\quad \hat{C}_{it}=\Bigg\{\sum_{j=t}^{J} E_{ij}(1+\rho)^{1-j} - \bar{A}_{it}(1+\rho)^{1-t} - \Bigg[\sum_{j=t}^{t_o}(1+\rho)^{1-j}\Big[(g_i+\omega_i)q_i\int_0^{mq_i}\int_0^{t} f_{LN}(Q_{i\tau})d\tau dQ_i + (\lambda_i+rp_i)q_i\int_0^{mq_i}\int_0^{t}(1-F_{LN}(Q_{i\tau}))d\tau dQ_i\Big]\Bigg]\Bigg\}\ ^{1)},$$

wobei $t=1$.

---

[1] Diese Gleichung wird unter Berücksichtigung der ersten Differenz der Gleichung (4.2) und der Tabellen 6,7 und 8 hergeleitet.

Da nun zu den bereits abgeleiteten Zeitpunkten entschieden werden soll, ob das Investitionsprojekt tatsächlich vorgenommen wird, werden alle zukünftig zu erwartenden Fehlmengen-, Leer-, und Zinskosten auf den gegenwärtigen Zeitpunkt t=1 abdiskontiert. Vgl. hierzu die Fußnote 1-iii auf der Seite 35.

Hierbei bedeutet der erste Ausdruck in der geschweiften Klammer den Gegenwartswert der Einnahmeströme, der zweite bezeichnet den der Investitionsausgaben, und der dritte den der Fehlmengen -, Leer- und Zinskosten, die zu jedem bereits bestimmten Investitionszeitpunkt entstehen.

Unter Anwendung dieser Kostenfunktion lautet der im vorangehenden angeführte dynamische Programmierungsansatz:

Für Zeitpunkt 1

$$(4.13)\quad V_1(\bar{s}) = \sum_{i=1}^{I} \hat{C}_{i1} s_i$$

$$(4.14)\quad \bar{\theta}_1^*(s) = \bar{s}$$

Für Zeitpunkt 2,3,..., t_o

$$(4.15)\quad V_t(d) = \max_{\substack{\bar{s} \leq \bar{d} \\ (\text{mögliche } \bar{s})}} \left[V_{t-1}(\bar{s}) + \sum_{i=1}^{I} \hat{C}_{it}(d_i - s_i) \right]$$

$$(4.16)\quad \bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t(\bar{d} - \bar{s}^*) .$$

Nun müssen weiter die Budgetbeschränkungen und die Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte konkretisiert werden. Unter der annahme, daß für Investitionsausgaben DM 180,-- zum bereits bestimmten Zeitpunkt t=1,2,3,4,5 verfügbar sind, werden der Einfachheit halber die Nebenbedingungen (2.7) wie folgt bezeichnet:[1)]

[1)] Nach der in 4.1.1.3 gemachten Annahme betragen die Investitionsausgaben zum Investitionszeitpunkt t $D_{it} = \bar{A}_{1t} + \bar{A}_{2t} + \bar{A}_{3t}$ = 150+30+80. Da dieser Betrag das verfügbare Budget von DM 180,-- übersteigt, ergibt sich die Budgetbeschränkung wie (4.17).

$$(4.17)\quad X_{1t} + X_{2t} + 2X_{3t} \leq 2,\ t=1$$
$$X_{1t} + X_{2t} + X_{3t} \leq 2,\ t=2,3,4,5.$$

Hierbei ist 2 der Betrag der verbrauchbaren Investitionsausgaben in den Investitionspunkten, der das verfügbare Investitionsbudget DM 180,-- nicht übersteigen darf. Der erforderliche Betrag der Investitionsausgaben für Projekt 1 und 2 ist 1 in jedem Investitionszeitpunkt. Der Betrag der Investitionsausgaben für die Vorname des Projekts 3 ist 2 zum Zeitpunkt 1 und 1 zum Zeitpunkt 2,3,4,5.

Wie bereits definiert, wird angenommen, daß das Projekt 2 aus dem technischen Grund erst nach der Vornahme des Projekts 3 vorgenommen werden kann. Hieraus ergibt sich die Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte:

$$(4.18)\quad \sum_{\tau=1}^{t} X_{3\tau} \geq X_{2t},\quad t=1,2,3,4,5.$$

Diese spezifizierten Nebenbedingungen werden anhand der in 3.1. benutzten neuen Definition und Notation wie folgt geschrieben:

$$s_1 + s_2 + s_3 \leq 2,\quad t=1$$
$$(4.19)\quad \sum_{i=1}^{I} (d_i - s_i) \leq 2,\quad t=2,3,4,5.$$

$$(4.20)\quad d_3 \geq d_2\ ,\qquad t=1,2,3,4,.....$$

Nachstehend wird das optimale Investitionsprogramm, d.h. die optimalen Investitionszeitpunkte für die Projekte 1,2 und 3 unter Anwendung von (4.13), (4.14), (4.15) und (.416) sowie unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen (4.19) und (4.20) bestimmt.

4.1.2.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte für mehrere Projekte

Um die optimalen Investitionszeitpunkte der Projekte 1,2,3 während des Aufschwungs zu bestimmen, wird vorerst anhand der Gleichung (4.12) der Gegenwartsgewinn $\hat{C}_{it}$ der Projekte 1,2 und 3 zum bereits abgeleiteten Investitionszeitpunkt unter Anwendung der Tabelle 4,5,6,7 und 8 berechnet. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 9 zusammengestellt [1]. Ausgehend hiervon wird das optimale Investitionsprogramm berechnet.

Zum Zeitpunkt 1

Auf der Basis der Tabelle 9 werden die Kombinationen der Projekte 1,2 und 3 zum Zeitpunkt 1, d.h. $V_1(\bar{s})$ anhand der Gleichung (4.13) und die dementsprechenden Investitionszeitpunkte $\bar{\theta}_t^*$ anhand der Gleichung (4.14) berechnet und die Ergebnisse in Tabelle 10 zusammengestellt. Dabei bezeichnet D die Budgetbeschränkungen und B die Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte.

Aus der Tabelle 10 ergeben sich die möglichen Programmzustände zum Zeitpunkt 1 : $\bar{S}$ = 001 und $\bar{S}$ = 100. Die dementsprechenden Kombinationen des Gegenwartsgewinns lauten im einzelnen V_1 (001) =-43.1 und V_1 (100) = 434.67. Hieraus folgt $\bar{\theta}_1^*(001) = (001_3)$ [2] und $\bar{\theta}_1^*(100) = (1_100)$.
Zu diesem Zeitpunkt ergibt sich kein Maximum der Kombination des Gegenwartsgewinns. Demnach liegt auch kein optimales Investitionsprogramm vor.

---

1) Der ausführliche Rechengang wird im Anhang 3 dargestellt.

2) Hierbei bezeichnet die kleine rechtsseitige Zahl neben dem Periodenzeichen den Index des i-ten Projekts.

Tabelle 9 Gegenwartsgewinn der Projekte 1,2 und 3

i \ t	1	2	3	4	5	6		10
1	434.67	650.45	607.45	351.05	29.27			
2	50.11	127.94	192.83	118.06	21.7			
3	-43.1	-17.26	24.37	41.26	34.28	-6.56		

Tabelle 10 Berechnung von $V_1(\bar{s})$ und $\bar{\theta}_1^*(\bar{s})$

$\bar{s}$	$\sum_{i=1}^{3} c_{i1} s_i$		$V_1(\bar{s})$	$\bar{\theta}_1^*(\bar{s})$ [1]
000	0		0	000
001	-43.1		-43.1	001
~~010 B~~				010
~~011 D~~				011
100	434.67		434.67	100
~~101 B~~				101
~~110 D~~				110
~~111 B~~				111

1) Der vorangehende Programmzustand $\bar{s}$ ist unzulässig aus folgenden drei Gründen :

a) Budgetbeschränkungen (bezeichnet als D)

b) Beschränkung bezüglich der zeitlich vorgelagerten Projekte (bezeichnet als B)

c) $\bar{s}$ kann nicht den vorteilhaften Programmzustand $\bar{d}$ vorangehen (hierfür keine Bezeichnung).

Zum Zeitpunkt 2

Zu diesem Zeitpunkt werden die Kombinationen der Gegenwartsgewinne der Projekte 1,2 und 3, nämlich $V_2(\bar{d})$ unter Anwendung der Gleichung (4.15) und der Tabelle (10) sowie die dementsprechenden Investitionszeitpunkte $\theta_2^*(\bar{d})$ anhand der Gleichung (4.16) und der Tabelle 10, besonders der Spalte $\theta_1^*(\bar{s})$ berechnet.

Von den möglichen Programmzuständen [1], $\bar{d}$=000, 001,...., zu diesem Zeitpunkt erreicht $\bar{d}$ = 101 das Maximum der Kombination des Gegenwartsgewinns. Zur Verdeutlichung wird der Rechengang ausführlich dargestellt.

Wir bestimmen $V_2(\bar{d})$ und $\theta_2^*(\bar{d})$ für $\bar{d}$=(101). Unter Berücksichtigung der vorangehenden Programmzustände $\bar{S}$ = 000,001,------, ergeben sich 101, 100, 001 die möglichen Programmzustände bei $\bar{d}$ = (101) (Vgl. Tabelle 11).

Demnach können nur die folgenden vorangehenden Programmzustände $\bar{S}$ berücksichtigt werden: (000), (001), (100). Die anderen $\bar{S}$ sind wegen der Budgetbeschränkungen und der Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte ausgeschlossen. Die Werte $V_1(\bar{S})$ für (0,0,0), (0,0,1) und (1,0,0) sind bereits in Tabelle 10 berechnet und betragen 0, -43.1 und 434,67.
Die Werte von $\sum_{i=1}^{3} \hat{C}_{it}(d_i \vee s_i)$, $d_i - s_i$ = {1,0,1), (1,0,0)}, und (0,0,1), können leicht aus der dritten Spalte der Tabelle 9 berechnet werden.

---

[1] Vgl. zur Definition des Programmzustandes $\bar{d}$ in 3.2.2.

Tabelle 11 Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}^*_t(\bar{d})$ zum Zeitpunkt t=2

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}-\bar{s}$	$V_{t-1}(\bar{s})+\sum_{i=1}^{3}\hat{c}_{it}(d_i-s_i)$			
000	000	000	0			
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (\quad) + (\quad) = (000)$

100	000	100	0	650,45		650,45 *
	001					
	010					
	011		434,67	0		434,67
	100	000				
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+2(100) = (2_1 00)$

001	000	001	0	-17,26		-17,26 *
	001	000	-43,1	0		-43,1
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+2(001) = (002_3)$

101	000	101	0	633,19		633,19 *
	001	100	-43,1	650,45		607,35
	010					
	011					
	100	001	434,67	-17,27		417,41
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+2(101) = (2_1 02_3)$

010	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (\quad) + (\quad) = (\quad)$

110	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	110,68		110,68 *
	001		-43,1	127,94		84,84
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+2(011) = (02_2 2_3)$

111	000	111	0			
	001	110	-43,1	778,39		735,29 *
	010					
	011					
	100	011	434,67	110,68		545,35
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (001)+2(110) = (2_1 2_2 1_3)$

Sie lauten im einzelnen 633.19, 607.35, 417.41. Die beiden sind gegeneinander addiert:

$$\begin{aligned} 0 + 633.19 &= 633.19 \\ -43.11 + 650.45 &= 607.35 \\ 434.67 - 17.26 &= 417.41 \end{aligned}$$

Das Maximum dieser Summe ist 633.19, und dies entspricht dem Zustand $\bar{S}$ von (1, 0, 1). Dies ist ohne weiteres $\bar{S}^*$, der für die Berechnung von $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ angewendet werden soll (Vgl. Tabelle 11). Hierbei wird $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ durch die Addition von $\bar{\theta}_1^*(\bar{S}^*)$, das in der Tabelle 10 berechnet wird, zu 2 $(\bar{d} - \bar{S}^*)$ berechnet. Da $\bar{\theta}_1^*(000) = 000$ und $2(\bar{d}-\bar{S}^*) = 2(101)$, lautet dieses Ergebnis $\bar{\theta}_2^* = (2_1, 0, 2_3)$ [1]. $V_2(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ für andere $\bar{d}$ bzw. 001, 010,011,..., können in gleicher Weise berechnet werden. Nachdem diese Berechnung beendet ist, sind ihre Ergebnisse für die Berechnung von $V_3(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_3^*(\bar{d})$ in Tabelle 12 zusammengefasst.

Zum Zeitpunkt 3

Nach dem bereits dargestellten Rechenverfahren werden $V_3(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_3^*$ für den möglichen Programmzuständen $\bar{d}$ = 000, 001, ,... berechnet (Vgl. Tabelle 13). Davon erreicht $\bar{d}$ = (111) das Maximum der Kombination der Gegenwartsgewinne. Die Ergebnisse werden in Tabelle 14 zusammengefasst. Auf dieser Basis soll weiter berechnet werden, um festzustellen, ob $V_3(111)$ = 867.65 tatsächlich das Maximum ist und $\theta_3^*(111) = (2_1\ 3_2 3_3)$ ein optimales Investitionsprogramm.

Zum Zeitpunkt 4

$V_4(\bar{d})$ und $\theta_4^*(\bar{d})$ werden zuerst unter Berücksichtigung von Tablle 14 berechnet. Ebenso erzielt $\bar{d}$ = (111) von möglichen Programmzuständen zu diesem Zeitpunkt das Maximum der Kombination der Gegenwartsgewinne:

---

1) Vgl. hierzu die Fußnote 2 auf der Seite 76:

Tabelle 12 Zusammenfassung der Ergebnisse zum Zeitpunkt 2

	$\bar{s}$	$V_t(\bar{s})$	$\bar{\theta}_t^*(\bar{s})$
	000	0	$0_{0}0_{0}$
	001	-17.26	$0_{0}2_{3}$
	~~010~~ B		
	011	110.68	$0_{2}2_{3}$
	100	650.45	$2_{1}0_{0}$
	101	633.19	$2_{1}0_{2}3$
	~~110~~ B		
	111	735.29	$2_{1}2_{2}1_{3}$

Tabelle 13 Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}^*_t(\bar{d})$ zum Zeitpinkt 3

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}-\bar{s}$	$V_{t-1}(\bar{s})$	$\sum_{i=1}^{3} C_{it}(d_i-s_i)$		
000	000	000	0	0		0
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

001	000	001	0	24,37		24,37 *
	001	000	-17,26	0		-17,26
	~~010~~					
	~~011~~					
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+(001) = (003)$

~~010~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	217,20		217,20 *
	001	010	-17,26	192,83		175,57
	~~010~~					
	011	000	110,68	0		110,68
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000)+3(011) = (033)$

100	000	100	0	607,45		607,45
	001					
	010					
	011					
	100	000	650,45	0		650,45 *
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,00)+3(000) = (2,00)$

101	000	101	0	631,82		631,82
	001	100	-17,26	607,45		590,19
	010					
	011					
	100	001	650,45	24,37		674,82 *
	101	000	633,19	0		633,19
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,00)+3(001) = (2,03)$

~~110~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

111	000	~~111~~				
	001	110	-17,26	800,28		783,02
	~~010~~					
	011	100	110,68	607,45		718,13
	100	011	650,45	217,20		867,65 *
	101	010	633,19	192,83		826,02
	~~110~~					
	111	000	735,29	0		735,29

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,00)+3(011) = (2,33)$

Tabelle 14 Zusammenfassung der Ergebnisse zum Zeitpunkt 3

$\bar{s}$	$V_t(\bar{s})$	$\bar{\theta}_t^*(\bar{s})$
000	0	0
001	24,37	$0\,0\,3_3$
010		
011	217,20	$0\,3\,3_{2\,3}$
100	650 45	$2,0\,0$
101	674.82	$2,0\,3_3$
110		
111	867,65	$2\,3\,3_{1\,2\,3}$

V_4 (111) = 867.65 . Das entsprechende Investitionsprogramm laute
$\bar{\theta}_4^*(111) = (2_1 3_2 3_3)$ (Vgl. Tabelle 15).

Die Ergebnisse der Berechnung werden wieder in Tabelle 16 zusammengefasst, um V_5 ($\bar{d}$) und $\bar{\theta}_5^*$ ($\bar{d}$) zu berechnen.

Zum Zeitpunkt 5

Zu diesem Zeitpunkt erreicht auch $\bar{d}$ = (111) von den möglichen Programmzuständen das Maximum der Kombination der Gegenwartsgewinne: $V_5(111)$ = 867.65 . Das dementsprechende Investitionsprogramm ist auch $\bar{\theta}_5^*(111) = (2_1, 3_2, 3_3)$ (Vgl. Tabelle 17). Da $V_4(\bar{d}) = V_5$ ($\bar{d}$) und $\bar{S}^*$ = 000 zum Zeitpunkt t, kann das Rechenverfahren beenden.

Der Unternehmer kann nun nach dem abgeleiteten optimalen Investitionsprogramm das Projekt 1 zum optimalen Investitionszeitpunkt 2, das Projekt 2 zum Zeitpunkt 3 und das Projekt 3 zum Zeitpunkt 3 vornehmen, um sich an dem Aufschwung anzupassen.

Tabelle 15 Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_t^*(\bar{d})$ zum Zeitpunkt 4

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}-\bar{s}$	$V_{t-1}(\bar{s})$	$+\sum_{i=1}^{3} \hat{c}_{it}(d_i-s_i)$		=
000	000	0				0
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

001	000	001	0	41,26		41,26 *
	001	000	24,37	0		24,37
	~~010~~					
	~~011~~					
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (003_3) + 4(000) = (004_3)$

~~010~~ B	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	159,32		159,32
	001	010	24,37	118,06		142,43
	~~010~~ B					
	011	000	217,20	0		217,20 *
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (003_3) + 4(010) = (03_2 3_3)$

100	000	100	0	351,05		351,05
	~~001~~					
	~~010~~					
	~~011~~					
	100	000	650,45	0		650,45 *
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,00) + 4(000) = (2,00)$

0	000	101	0	392,31		392,31
	001	100	24,37	351,05		369,42
	~~010~~					
	~~011~~	001				
	100		650,45	41,26		691,68 *
	101	000	674,82	0		674,82
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,03_3) + 4(000) = (2,04_3)$

101 B	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

111	000	~~111~~ B				
	001	110	24,37	489,11		493,48
	~~010~~ B					
	011	100	217,20	351,05		568,25
	100	011	650,45	159,32		809,77
	101	010	674,77	118,06		792,83
	~~110~~ B					
	111	000	867,65			867,65 *

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t(\bar{d}-\bar{s}^*) = (2,03_3) + 4(010) = (2,3_2 3_3)$

Tabelle 16 Zusammenfassung der Ergebnisse zum Zeitpunkt 4

	$\bar{s}$	$V_t(\bar{s})$	$\bar{\theta}_t^*(\bar{s})$
	0 0 0	0	0 0 0
	0 0 1	41,26	0 0 4
	~~0 1 0~~ B		
	0 1 1	217,20	$0\ 3_2 3_3$
	1 0 0	650,45	2,00
	1 0 1	691,66	$2,04_3$
	~~1 1 0~~ B		
	1 1 1	867,65	$2_1 3_2 3_3$

Tabelle 17 Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_t^*(\bar{d})$ zum Zeitpunkt 5

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}\ \bar{s}$	$V_{t-1}(s)$	$+\sum_{i=1}^{3} \hat{C}_{it}(d_i - s_i)$	=	
000	000	000				0
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

001	000	000	0	34.28		34.28
	001	000	41.26	0		41.26 *
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t \cdot (\bar{d} - \bar{s}^*) = (003_3) + 5 \cdot (000) = (004_3)$

~~010~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	55.98		55.98
	001	010	41.26	21.7		62.96
	010					
	011	000	217.20	0		217.20 *
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t \cdot (\bar{d} - \bar{s}^*) = (04_2 3_3) + 5 \cdot (000) = (0\,3_2 3_3)$

100	000	100	0	29.27		29.27
	001					
	010					
	011					
	100	000	650.45	0		650.45 *
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t \cdot (\bar{d} - \bar{s}^*) = (2_1 00) + 5 \cdot (000) = (2_1 00)$

101	000	101	0	63.55		63.55
	000	100	41.26	29.27		70.53
	~~010~~					
	~~011~~					
	100	001	650.45	34.28		684.73
	101	000	699.16	0		699.16 *
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t \cdot (\bar{d} - \bar{s}^*) = (2_1 0 3_3) + 5 (000) = (2_1 04_3)$

~~010~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

111	000	111	0			
	001	110	41.26	50.97		92.23
	~~010~~					
	011	100	217.20	29.27		246.47
	100	011	650.45	55.98		706.43
	101	010	691.66	21.7		713.36
	~~110~~					
	111	000	867.65	000		867.65 *

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t \cdot (\bar{d} - \bar{s}^*) = (2_1 4_2 3_3) + 5 (000) = (2_1 3_2 3_3)$

4.1.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchung kann man wie folgt zusammenfassen:

i) In 4.1.1.2 werden die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt anhand der Kostenfaktoren wie z. B. Fehlmengen-, Zins-, Leer- und Lagerhaltungskosten sowie Anschaffungskosten abgeleitet. Dabei wurde sichergestellt, daß den konjunkturell bedingten Risiken - durch die hier entwickelte Bestimmungsfunktion für die Durchführung der prozyklischen Investitionspolitik - Rechnung getragen wird.

ii) Die in 4.1.1.2 aus den Kostenfaktoren abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte werden unter Rentabilitätsgesichtspunkten geprüft (Vgl. Tab. 9). Dabei stellte sich heraus, daß ein unterschiedlicher Gegenwartsgewinn der einzelnen Projekte zu den abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkten realisiert wird. Projekt 1 und 2 haben nämlich den maximalen Gegenwartsgewinn zu einem früheren Investitionszeitpunkt als Projekt 3.

iii) Aus diesem Grund wurde ein optimales Investitionsprogramm in 4.1.2 bestimmt. Das gefundene optimale Investitionsprogramm lautet $\theta_5^* = (2_1, 3_2, 3_3)$. Dieses Programm erzielt tatsächlich das Maximum des Gegenwartsgewinns für die Projekte 1,2 und 3. Dies beinhaltet, daß durch das optimale Investitionsprogramm sowohl die Gewinnmaximierung als auch die Aufrechterhaltung der Unternehmen während des Aufschwungs gewährleistet ist.

iy) Wie das Ergebnis iii zeigt, soll das Projekt 1, dessen Investitionsausgaben von allen Alternativen am grössten ist, zu einem früheren Investitionszeitpunkt als das Projekt 2 und 3 vorgenommen werden. Dies beinhaltet, daß der Unternehmer durch das optimale Investitionsprogramm das Risiko der Überinvestition vermeiden oder vermindern kann.

4.2 Der optimale Investitionspunkt während des Abschwungs

Im vorliegenden Abschnitt wird sowohl das Problem (2.3) - (2.5) als auch das Problem (2.6) - (2.11) im Zeitintervall (t^{+}_{-n}, t^{-}) anhand des in 3.1.1 und 3.2 entwickelten Modells untersucht.

4.2.1 Zur Bestimmung der optimalen Zeitpunkte für einzelne antizyklische Investitionsmaßnahme [1]

4.2.1.1 Vorbemerkungen

Das Unternehmen erleidet in der Regel mit fortschreitendem Konjunkturrückgang einen Absatzverlust. Um eine sich möglicherweise abzeichnende Störung des finanziellen Gleichgewichtes zu verhindern oder zu mildern, kann sich der Unternehmer zu einer antizyklischen Investitionspolitik in Bezug auf Sortimentsgestaltung, branchenmäßige und räumliche Diversifikation und Werbung veranlaßt sehen [2]. Mit ihr versucht er, einen allzu großen Absatzrückgang im Konjunkturabschwung zu verhindern.

In diesem Sinne muß der Unternehmer den Nachfragerückgang bei den prozyklisch vorgenommenen Investitionsprojekten und den vorhandenen Anlagen daraufhin beobachten, ob sich bereits Merkmale zeigen, die als Indikatoren für einen nahen Konjunkturrückgang gelten können.

Aufgrund dieser Beobachtung wird er zunächst die aus dem Nachfragerückgang erwachsende Liquiditätslücke ermitteln. Wenn ihre Größe bekannt ist, können entsprechende Investitionsmaßnahmen und die Zeitpunkte ihrer Durchführung bestimmt werden. Aus diesem Grund soll vorab das in 3.1. entwickelte Modell so modifiziert werden [3],

---

1) Hierbei sind diejenigen Investitionen als antizyklische Investitionsmaßnahmen genannt, die aus der antizyklischen Maßnahmen wie z. B. Sortimentsgestaltung sowie branchenmäßige und räumliche Diversifikation resultieren.

2) In diesem Sinne ist das Ziel der antizyklischen unternehmerischen Investitionspolitik die Aufrechterhaltung von Liquidität in jedem Zeitpunkt während des Abschwungs.

3) Hierbei bleibt aber der Grundgedanken des Grundmodells unverändert bestehen.

daß die drohende Liquiditätslücke berücksichtigt wird und untersucht werden kann, ob diese Lücke durch antizyklische Investitionsmaßnahmen geschlossen werden kann. Hierfür werden im folgenden ergänzende Notationen und Annahmen eingeführt.

a. Ergänzende Notation

$\bar{Q}_{it}$ Der Nachfragerückgang des prozyklisch vorgenommenen Projektes und der bereits im Unternehmen vorhandenen Anlagen zum Zeitpunkt t.

Q^a_{yt} Die Nachfrage des Projektes y, das zum Zeitpunkt t=/ vorgenommen wurde, bei antizyklischer Investitionspolitik zum Zeitpunkt t.

ω^a_{yt} Die Einnahmeströme des Projektes y bei antizyklischer Investitionspolitik zum Zeitpunkt t.

$\bar{A}^a_y = m\bar{p}^a_y$ Die Investitionsausgaben für die antizyklischen Maßnahmen, wobei m, m = 0,1,2,..., die Anzahl der anzuschaffenden Anlagen ist und $\bar{p}^a_y$ deren Preis. $\bar{p}^a_y$ ist selbst Ausgabengröße , wenn m=1.

$\hat{p}_i$ Der Preis der Produkteinheit einer bereits im Unternehmen vorhandenen Anlage oder eines prozyklisch vorgenommenen Projektes.

p^a_y Der Preis der Produkteinheit des y-ten Projektes bei antizyklischer Investitionspolitik.

k^a_y Die variablen Kosten der Produkteinheit des y-ten Projektes bei antizyklischer Investitionspolitik.

g^a_y Die Fehlmengenkosten der Produkteinheit des y-ten antizyklischen Investitionsprojektes.

b. Annahmen

i) Der Unternehmer nimmt antizyklische Maßnahmen vor, um die aus dem Nachfragerückgang resultierenden Liquiditätsrisiken zu verhindern. Die Investitionsausgaben $\bar{A}^a_y = m\bar{p}^a_y$, m=0,1,....., für diese antizyklischen Maßnahmen führen die Kapazitäten $M^a_y = mq^a_y$, m=0,1,....., herbei. Die einzelnen Kapazitäten können so angenommen werden, daß mit der anzuschaffenden Anlageeinheit pro Jahr q^a_y Produktionseinheiten hergestellt werden können.

ii) Für die antizyklischen Maßnahmen soll der Unternehmer den Minimumsbetrag der Investitionsausgaben $\bar{A}^a_y$ in jeder Periode des Abschwungs beibehalten. In diesem Sinne wird $\bar{A}^a_y$ als die Minimumbedingung der finanziellen Mittel für den Ausgleich der Liquiditätslücke angenommen. Weiter wird angenommen, daß diese Minimumbedingung in jeder Periode des Abschwungs erfüllt werden soll.

iii) Die Nachfrage der Projekte der antizyklischen Investitionspolitik ist vom Abschwung nur geringfügig beeinflusst. Es wird daher angenommen, daß die Fehlmengenkostengröße und die Investitionsausgabeneinheit in Abschwung die folgende Beziehung haben: $(g^a_y+\omega^a_y)q^a_y > \bar{p}^a_y$ [1]. Hieraus folgt auch noch, daß gemäß der Annahme i die vorhandenen Fehlmengenkosten der antizyklischen Projekte durch die Investitionsausgaben $\bar{A}^a_y = m\bar{p}^a_y$, m=0, 1, 2, ..., in jeder Periode des Abschwungs eingespart werden.

---

[1] Hierbei geht es darum, ob zum gegebenen Zeitpunkt t die Investitionsausgaben vorgenommen oder erweitert werden. Daher gilt diese Ungleichung.

c. Modifikation des Modells

Zum gegebenen Zeitpunkt können die folgenden zwei Fälle für die Beziehungen zwischen dem Nachfragerückgang $\bar{Q}_{it}$ und der aus den Investitionsmaßnahmen resultierenden Kapazität $M^a_{yt}=mq^a_{yt}, m=0,1,....m-1,$ bestehen: i) $\bar{Q}_{it} > M^a_{yt} = mq^a_{yt}$ und

ii) $\bar{Q}_{it} < M^a_{yt} = mq^a_{yt}$

In Bezug auf diese Beziehungen wird zunächst das in 3.1.1 entwickelte Modell auf der Basis der angeführten Notationen und Annahmen modifiziert:

i) Der erste Fall

In diesem Fall entstehen Lagerhaltungs- und Zinskosten, weil der Nachfragerückgang der prozyklisch vorgenommenen oder der bereits im Unternehmen vorhandenen Anlagen von antizyklischen Maßnahmen nicht völlig ausgeglichen wird.Formal erhalten wir:

$$(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i) \int_{M^a_{yt}}^{\infty} (\bar{Q}_{it} - M^a_{yt}) f_{LN}(\bar{Q}_{it}) d\bar{Q}_{it} , \qquad \begin{matrix} y=1,2,.....,Y \\ i=1,2,.....,I \end{matrix}$$

Diese beiden Kostenbeträge werden für die weitere Untersuchung als Liquiditätslücke definiert.

ii) Der zweite Fall

Wie bereits erläutert, können die Fehlmengenkosten des antizyklischen Projektes als Einnahmeströme angesehen werden. Im umgekehrten Fall können demnach und nach der Annahme iii die der Differenz $M^a_{yt}-\bar{Q}_{it}$ entsprechenden Einnahmeströmen nicht für den Ausgleich der Liquiditätslücke verbraucht werden. Diese Tatsache lautet formal

$$(g^a_y + \omega^a_y) \int_0^{M^a_{yt}} (M^a_{yt} - \bar{Q}_{it}) f_{LN}(\bar{Q}_{it}) d\bar{Q}_{it} \qquad o, \text{ für } t=1,2,.....,N$$

Diese Modifikationen bedingen die Ersetzung der Zielfunktion (3.9) durch

$$(4.21)\quad \bar{C}^a_{yt} = \Big\{ \sum_{j=t}^{J} \bar{E}^a_{yj}(1+\rho)^{1-j} - \bar{A}^a_{yt}(1+\rho)^{1-t}$$

$$-(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i)\int_{M^a_{yt}}^{\infty} (\bar{Q}_{it} - M^a_{yt}) f_{LN}(\bar{Q}_{it})\, d\bar{Q}_{it}$$

$$-(g^a_y + w^a_y)\int_{0}^{M^a_{yt}} (M^a_{yt} - \bar{Q}_{it}) f_{LN}(\bar{Q}_{it})\, d\bar{Q}_{it} \Big\}^{1)}$$

$$\rightarrow \text{Max}$$

Die Nebenbedingungen $t^+_{-n} \leq t < t^-$ und (2,5) bleiben unverändert bestehen. Im folgenden wird dieses Problem untersucht.

---

1) Vgl. hierzu die Fußnote 1-iii auf der Seite 35.

4.2.1.2 Die optimalen Investitionszeitpunkte

a. Herleitung der Kriteriumsfunktion

Die folgende Kostenfunktion liegt (4.21) zugrunde :

$$K_y^a(\bar{A}_y^a,t)=\Big\{\ \bar{A}_{yt}^a\ (1+\rho)^{1-t}$$

$$+(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)\int_{\bar{M}_{yt}^a}^{\infty}(\bar{Q}_{yt}-M_{yt}^a)\ f_{LN}(\bar{Q}_{it})d\bar{Q}_{it}$$

$$+(g_y^a+\omega_y^a)\int_0^{M_{yt}^a}(M_{yt}^a-\bar{Q}_{it})\ f_{LN}(\bar{Q}_{it})d\bar{Q}_{it}\ \Big\}\ ,$$

wobei $t_{-n}^{+}\leq t<t^{-}$ und $0\leq\bar{A}_y^a<\infty$

Anhand dieser Kostenfunktion soll der Unternehmer, wie bereits in 3.1.2 ausgeführt, zuerst den kritischen Zeitpunkt für die Durchführung der antizyklischen Investitionspolitik bestimmen [1]. Wenn dabei t_o der kritische Zeitpunkt wäre, wird die erste Differenz [2] der angeführten Kostenfunktion K_y^a für die Herleitung der Kriteriumsfunktion zur Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes wie folgt bezeichnet:

---

1) Es wird bereits in 3.1.2 ausführlich dargestellt, wie der kritische Zeitpunkt bestimmt wird.

2) Vgl. hierzu Hadley, G., Analysis of Inventory Systems, a.a.O., S.312.

$$(4.22)\quad \Delta K_y^a(m\bar{p}_y^a,t) = \left[K_y^a((m+1)\bar{p}_y^a,t) - K_y^a(m\bar{p}_y^a,\ t) \right]$$

$$= \Big\{ -\left[(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a\right]$$

$$+ (\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a \int_0^{mq_y^a} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})\,d\tau\,d\bar{Q}_i$$

$$+ (g_y^a + \omega_y^a)q_y^a \int_0^{mq_y^a} \int_{t_o}^{t} (1 - f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})\,d\tau\,d\bar{Q}_i \Big\}$$ [1)]

Wie bereits erwähnt, wird der Unternehmer antizyklische Investitionsmaßnahmen für den Ausgleich des durch die Rezession verursachten Absatzverlustes oder für die Erhaltung der Liquidität ergreifen. Hierfür soll der Unternehmer den Minimumsbetrag der Investitionsausgaben $\bar{p}_y^a$ in jeder Periode des Abschwungs beibehalten [2)]. Er soll daher zum gegenwärtigen Zeitpunkt des Abschwungs beobachten, ob die Liquiditätslücke in der nächsten Periode den Minimumbetrag der Investitionsausgaben $\bar{p}_y^a$ übersteigt.

Wenn tatsächlich die Beziehung

$$(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a \geq \bar{p}_y^a$$

in der nächsten Periode gilt, so können die Unternehmen den Minimumbetrag der Investitionsausgaben nicht mehr erhalten. Mit anderen Worten, ein Liquiditätsrisiko ist schon eingetreten. Der Unternehmer soll daher über die Erweiterung der Investitionsausgaben für die antizyklischen Maßnahmen von m bis m + 1 zum Zeitpunkt t entscheiden. (Vgl. (4.22)). Damit kann er einen Teil der Liquiditätslücke gemäß der Annahme iii ($(g_y^a + \omega_y^a)q_y^a > \bar{p}_y^a$) schliessen.

---

1) Hierbei ist t_o derjenige Zeitpunkt, in dem $F_{LN}(\bar{Q}_{it}) \leq 1$ ist. Von diesem Zeitpunkt an wird der Unternehmer den optimalen Vornahmezeitpunkt für die Investitionsmaßnahme rückwärts bestimmen. Ferner ist m die Anzahl der anzuschaffenden Anlagen.

2) Vgl. hierzu die Annahme ii auf der Seite 92.

Im eventuellen Fall kann die Minimumbedingung der finanziellen Mittel in der nächsten Periode erfüllt werden.

Aufgrund dieser Tatsache enthält der erste Ausdruck in der geschweiften Klammer der Gleichung (4.22) den Vergleich der Liquiditätslücke mit dem Minimumbetrag der finanziellen Mittel, um über die Erweiterung der Investitionsmaßnahmen von m bis m + 1 zum gegebenen Zeitpunkt t entscheiden zu können. Hierbei wird unterstellt, daß der Nachfragerückgang und die Produktionsmenge, die von der neuen Anlage erzeugt werden, zum gegebenen Zeitpunkt t die folgende Beziehung erfüllen können ; $\bar{Q}_{it} > q^a_{yt}$. Diese Unterstellung geht davon aus, daß in der angeführten Ungleichung $\bar{Q}_{yt} > mq^a_{yt}$ m=1 ist.

Der zweite Ausdruck von (4.22) ist die durch die m-te Investitionsmaßnahme zu schließ-ende Liquiditätslücke zum Zeitpunkt t [1]. Der dritte Ausdruck bezeichnet die Fehlmengenkostenbeträge, die für den Ausgleich der Liquiditätslücke aufgrund der Beziehung $M^a_{yt} > \bar{Q}_{it}$, $M^a_{yt}=mq^a_{yt}$, m=0,1,.....,m-1, nicht verbraucht werden können. Addiert man $((\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y+\bar{p}^a_y)$ zu (4.22) [2], so ergibt sich

$$(4.23)\quad H(m\bar{p}^a_y,t) = \Big\{ (\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y \int_0^{mq^a_y}\int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau d\bar{Q}_i + (g^a_y+\omega^a_y)q^a_y \int_0^{mq^a_y}\int_{t_o}^{t}(1-f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau d\bar{Q}_i \Big\}.$$

---

1) Hierbei sei der zweite und dritte Ausdruck in (4.22) noch verdeutlicht: Da aufgrund der Annahme i und iii $Q^a_{yt} > M^a_{yt}=mq^a_{yt}$, m=0,1,.....,m-1 , ist, kann der Unternehmer durch die Investitionsausgaben für die antizyklischen Maßnahmen die Fehlmengenkosten ausgleichen. Ein Teil davon wird für den Ausgleich der aus dem Nachfragerückgang entstehenden Liquiditätslücke verbraucht (Vgl. den zweiten Ausdruck in (4.22)). Der Rest bildet den unverbrauchten Betrag der Einnahmeströme (Fehlmengenkostenersparnis), wenn der Nachfragerückgang zum Zeitpunkt t kleiner als die aus der Investitionsausgaben $\bar{p}^a_i$ resultierende Kapazität

Aufgrund von (3.16) ist nun m das kritische Niveau der Investitionsmaßnahmen, wenn die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$(4.24)\quad H(\,(m-1)\bar{p}_y^a, t\,) \leq (\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a$$

$$H(\,m\bar{p}_y^a,\ t-1) > (\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a$$

Dies ist die Kriteriumsfunktion, ob zum Zeitpunkt t die Investitionsmaßnahmen für den Ausgleich der aus dem Nachfragerückgang entstehenden Liquiditätslücke vorgenommen werden sollen. Der optimale Vornahmezeitpunkt für die einzelnen Investitionsmaßnahmen kann daher anhand von (4.24) bestimmt werden, wenn die Eigenschaften der Kostenfunktion H bezüglich t und $\bar{p}_y^a$ bekannt sind. Aus diesem Grund werden im folgenden zunächst die Eigenschaften von H und H' bezüglich $t \in (t_{-n}^{+},\ t^{-})$ und $m\bar{p}_y^a$, m=0,1,2,..., untersucht, wobei

$$(4.25)\quad H'(m\bar{p}_y^a, t) = \Big[-(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a F(mq_{yt}^a) + (g_y^a + w_y^a)q_y^a(1 - F_{LN}(mq_{yt}^a)) \Big]$$ [1]

Fortsetzung der Fußnote auf S. 97

ist: $M_{yt}^a > \bar{Q}_{it}$.

[2] Vgl. hierzu 4.1.1.2 a.

[1] Da die Liquidiätslücke $(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a$ durch die Investitionsmaßnahmen $\bar{x}_y^a = m\bar{p}_y^a$ im Zeitablauf, nämlich vom kritischen Zeitpunkt t_o an nach rückwärts abnimmt, besitzt $(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a$ als Kompnenten von H' ein negatives Vorzeichen.

b. Die Grenzwerte von H und H'

i, $t \longrightarrow t^{+}_{-n}$ [1]

(4.26-1) $$\lim_{t \longrightarrow t^{+}_{-n}} H(m\bar{p}^{a}_{y},\ t) = m(g^{a}_{y}+\omega^{a}_{y})q^{a}_{y} \quad \text{für begrenzte m,}$$

wenn $$\lim_{t \longrightarrow t^{+}_{-n}} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau \doteq 0 .$$

Dieser Grenzwert besagt, daß die Liquiditätslücke im Anfangsstadium des Abschwungs durch die Investitionsmaßnahmen bei antizyklischer Politik geschlossen werden kann, weil der Einfluß des Konjunkturrückgangs und der damit verbundene Nachfragerückgang noch gering sind. Mit anderen Worten, die Unternehmen besitzen im Anfangsstadium des Abschwungs noch genügend finanzielle Mittel.

(4.26-2) $$\lim_{t \to t^{+}_{-n}} H(0,t\ ) = (g^{a}_{y}+\omega^{a}_{y})q^{a}_{y} ,$$

wenn $$\lim_{t \longrightarrow t^{+}_{-n}} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau \geq 0 .$$

Dieser Grenzwert impliziert, daß im Anfangsstadium des Abschwungs keine Liquiditätslücke vorliegt, weil der Nachfragerückgang des prozyklisch vorgenommenen Investitionsprojektes oder der bereits im Unternehmen vorhandenen Anlagen und die aus den Investitionsmaßnahmen resultierende Kapazität die folgende Beziehung erfüllen: $\bar{Q}_{it} < M^{a}_{yt}$, $M^{a}_{yt} = mq^{a}_{y}$, m=0,1,2,.....,m-1.

---

[1] Dieser Grenzübergang beinhaltet die Annahme, daß die Zeitvariable t von irgend-einem Zeitpunkt während des Abschwungs an jeweils gegen dem vorangehenden konjunkturellen Höhepunkt konvergiert.

Unter dieser Konstellation ergreifen die Unternehmen keine antizyklischen Maßnahmen, d.h. sie realisieren kein Projekt bei der antizyklischen Investitionspolitik.

$$(4.26\text{-}3) \quad \lim_{t \to t^{+}_{-n}} H'(m\bar{p}^{a}_{y},\ t) = 0^{1)}$$

ii) $t \to t^{-}$ 2)

$$(4.27\text{-}1) \quad \lim_{t \to t_o \leq t^{-}} H(m\bar{p}^{a}_{y},\ t) = -m(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i) q^{a}_{y} \quad \text{für begrenzte m,}$$

weil $$\lim_{t \to t_o \leq t^{-}} \int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})\, d\tau = 1.$$

In diesem Fall konvergiert die kumulierte Wahrscheinlichkeitsverteilung über den Nachfragerückgang gegen eins. Daher entsteht eine Liquiditätslücke. Der Unternehmer versucht, diese Lücke durch Investitionsmaßnahmen zu schliessen.

$$(4.27\text{-}2) \quad \lim_{t \to t_o \leq t^{-}} H'(m\bar{p}^{a}_{y}, t) = -\Big\{ m(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i) q^{a}_{y} F_{LN}(mq^{a}_{yt}) - (g^{a}_{y} + \omega^{a}_{y}) q^{a}_{y} \,(1 - F_{LN}(mq^{a}_{yt}))\Big\}$$

für alle begrenzte m=0,1,2,..... ,

wenn $$\lim_{t \to t_o \leq t^{-}} F_{LN}(\bar{Q}_{it}) \leq 1 \ .$$

---

1) Bei dieser ersten Ableitung bewegt sich die Zeitvariable t in negativer Richtung auf der Abszisse.

2) Dieser Grenzübergang beinhaltet wieder die Annahme, daß die Zeitvariable t von irgendeinem Zeitpunkt während des Abschwungs an jeweils gegen dem nächsten konjunkturellen Tiefpunkt konvergiert.

c. Die Eigenschaften von H''

Um die drei Sätze für die Herleitung der optimalen Vornahmezeitpunkte für die Investitionsmaßnahmen abzuleiten, werden die Eigenschaften von H''untersucht.

i) Die Eigenschaft von H' ($m\bar{p}_y^a$, t)

Es wird angenommen, daß in (4.25) die neue Variable $b^a=(1-F_{LN}(m\bar{q}_y^a))$ eingeführt ist, und daß $H'(m\bar{p}_y^a,t)$ eine Funktion dieser Variablen ist:

$$(4.28)\quad H'(m\bar{p}_y^a,\ b^a)=\Big[\ -(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a(1-b^a) + (g_y^a + w_y^a)q_y^a b^a\ \Big].$$

Dabei sind die Transformation von b^a zu t und die von t zu b^a identisch, da die Zeitvariable t im Zeitintervall $(t_{-n}^+, 0]$ [1] und b^a im halb offenen Intervall $[0,1)$ variiert.

Die zweite Ableitung von (4.28) lautet dann

$$(4.29)\quad H''(m\bar{p}_y^a,t)=H''(m\bar{p}_y^a,b^a)\frac{db^a}{dt}$$

Da dabei $\frac{d}{dt}b^a > 0$ für alle $b^a \in [0,1)$ ist, ist das Vorzeichen von $H''(m\bar{p}_y^a,t)$ identisch mit dem von $H''(m\bar{p}_y^a,b^a)$.

---

1) Zur Vereinfachung ist $t_o = 0$ angenommen. Da die Investitionsentscheidung von diesem Zeitpunkt t_o an rückwärts getroffen wird, deutet dieses Zeitintervall, daß die Zeitvariable t von t_o an bis t_{-n}^+ rückwärts läuft.

Auf dieser Basis wird nun

$$(4.30)\quad H''(m\bar{p}_y^a, b^a)=\left\{-(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i q_y^a)\left(1-\frac{db^a}{dt}\right)+(g_y^a+\omega_y^a)q_y^a\frac{db^a}{dt}\right\}$$

untersucht. Es wird zuerst angenommen, daß $b^a \in [0,1) \Longrightarrow 0 \leq \frac{db^a}{dt} < 1$.

. Das Vorzeichen von $H''(m\bar{p}_y^a,$ ändert sich daher höchstens einmal, weil $H''(m\bar{p}_y^a, b^a)$ wegen $b^a \in [0,1)$ linear in $\frac{db^a}{dt}$ ist. Mit anderen Worten, $H(m\bar{p}_y^a, t)$ besitzt höchstens eine Veränderung des Vorzeichens im $t \in (t_{-n}^+, t_o]$ für alle m, m=o,1,2,... .

ii. Die Eigenschaften von $H''(o,t)$

Wenn in (4.23) m=o ist, so ergibt sich die Kostenfunktion

$$H(0,t)=\left[(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q_y^a\int_{t_o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau+(g_y^a+\omega_y^a)q_y^a\int_{t_o}^{t}(1-f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})d\tau\right]$$

Die erste Ableitung dieser Gleichung lautet

$$H'(0,t)=\left[(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q_y^a F_{LN}(\bar{Q}_{it})+(g_y^a+\omega_y^a)q_y^a(1-F_{LN}(\bar{Q}_{it}))\right]\ ^{1)}.$$

Diese Funktion kann wieder als Funktion von $b^a=(1-F_{LN}(\bar{Q}_{it}))$ geschrieben werden.

---

1) Diese Gleichung beinhaltet, daß die vorhandenen Liquiditätslücke nicht abnimmt, weil keine Investitionsmaßnahmen vorgenommen werden. Aus diesem Grund bleibt das Vorzeichen von

$(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a$ positiv.

Aus der zweiten Ableitung von H'(o,t) ergibt sich

$$(4.31)\quad H''(0,b^a)=\left[(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a\left(1-\frac{db^a}{dt}\right) + (g_y^a+\omega_y^a)q_y^a\cdot\frac{db^a}{dt}\right].$$

In diesem Fall ist $b^a \geq 0 \Longrightarrow \frac{db^a}{dt} \gtrless 0$. Demnach ist $H''(0,b^a) \gtrless 0$. $H''(0,b^a)$, d.h. $H''(0,t)$ weist daher keine Veränderung des Vorzeichens auf.

Aus den bisherigen Grenzwerten von H und H' sowie den Eigenschaften von H'' lassen sich folgende Sätze für die Herleitung der optimalen Investitionszeitpunkte im Abschwung ableiten.

d. Die Sätze

i. Satz 1

Das kritische Niveau der Investitionsmaßnahmen ist nach oben begrenzt, wenn $t \longrightarrow t^{+}_{-n}$.

Beweis: Wenn m in Gleichung (4.23) gegen ∞ konvergiert, dann ergibt sich

$$\lim_{m\longrightarrow\infty} H'(m\bar{p}_y^a, t) = (g_y^a+\omega_y^a)q_y^a,\quad y=1,2,\ldots\ldots,Y$$

Nach (4.26-1) und (4.26-2) gilt daher die Ungleichung

$$H(m\bar{p}_y^a, t) > [(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a]$$

für alle Werte von $t \leq t_o$ und für alle m, die grösser als irgendeine ganze Zahl m-1 sind. Demnach kann die Bedingung

$$H((m-1)\bar{p}_y^a, t) \leq [(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a]$$
$$H(m\bar{p}_y^a, t-1) > [(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i)q_y^a - \bar{p}_y^a]$$

nicht erfüllt werden, da m nicht beschränkt ist. Dies beinhaltet, daß der kritische Wert der Investitionsmaßnahmen für alle $t \in (t_{-n}^+, t^-)$ begrenzt ist.

Dieser Satz kann so interpretiert werden, daß das kritische Niveau der Investitionsmaßnahmen nach oben durch $m\bar{p}_y^a$ begrenzt ist[1], wenn der konjunkturelle Tiefpunkt bevorsteht.

ii. Satz 2

(1) Die Kurve von $H(m\bar{p}_y^a, t)$ ist für alle $m > 1$ durchgehend konkav oder am Anfang konkav und bleibt dann konvex im Zeitraum $(t_{-n}^+, t_o]$

(2) Die Kurve von $H(o,t)$ ist durchgehend konvex in $(t_{-n}^+, t_o]$.

Beweis:

(1)

Wie wir wissen, besitzt $H''(m\bar{p}_y^a, t)$ eine Veränderung des Vorzeichens im $t \in (t_{-n}^+, t_o]$ für alle $m \geq 1$. Aus (4.30) ist zu ersehen, daß $H''(m\bar{p}_y^a, t)$ am Anfang negativ ist. Infolgedessen ist $H(m\bar{p}_y^a, t)$ entweder durchgehend konkav oder am Anfang konkav und bleibt durchgehend konvex, während t im Zeitintervall $(t_{-n}^+, t_o]$ verläuft.

---

1) Bei der Kriteriumsfunktion (4.4) beinhaltet die zweite Ungleichung $H(m\bar{p}_y^a, t-1) > ((\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i)q_y^q - p_y^a)$, daß keine Liquiditätslücke zum Zeitpunkt t-1 mehr besteht. Der Unternehmer braucht daher die Investitionsmaßnahmen in Höhe von $m\bar{p}_y^a$ nicht vorzunehmen. Diese Tatsache kann dadurch ausgedrückt werden, daß die Investitionsmaßnahmen nach oben durch $m\bar{p}_y^a$ begrenzt sind.

(2)
$H''(o,t)$ ist immer positiv, wie bereits bewiesen. $H(o,t)$ ist daher durchgehend konvex in $t\in (t^{+}_{-n}, t_o]$.
Damit ist der Satz 2 bewiesen.

iii. Satz 3

Die Kurve von $H(m\bar{p}^a_y,t)$ kreuzt mindestens einmal die Linie $(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y-\bar{p}^a_y$ von oben her für alle m=o, 1,2,..., wenn diese Linie parallel zur Zeit-Achse in Höhe von $(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y-\bar{p}^a_y$ verläuft (Vgl. die Abb. 7,8 und 9).

Beweis:

Da $H(m\bar{p}^a_y, t_o<t^{-})= -m(\alpha_{yt}l_y + r\hat{p}_i)q^a_y$
für alle m=o, 1,2,.., beginnt die Kurve von H von oben der Linie $(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y-\bar{p}^a_y$. Ferner ist nach (4.27-2)

$$H'(m\bar{p}^a_y,t_o)=-\left[m(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_yF_{LN}(mq^a_y)-(g^a_y+\omega^a_y)q^a_y(1-F_{LN}(mq^a_{yt}))\right].$$

Hieraus ergibt sich, daß sich die Kurve von $H(m\bar{p}^a_y,t)$ für alle m=0,1, ..., von oben der Linie $(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y-\bar{p}^a_y$ nach unten im Zeitablauf sinkt.

Ausserdem folgt gemäß der Eigenschaft von $H''(o,t)$ und H'' sowie Satz 2, daß $H'(m\bar{p}^a_y,t)$ einmal negativ wird und danach negativ bleibt. Damit ist Satz 3 bewiesen. Für diejenigen m, die grösser als irgendeine begrenzte ganze Zahl sind, nimmt $H(m\bar{p}^a_y,t)$ stetig zu und kreuzt die Linie $(\alpha_{yt}l_y+r\hat{p}_i)q^a_y-\bar{p}^a_y$ nicht.

e. Die Folgerung

Aus den bisherigen Sätzen kann gefolgert werden, daß die gesuchten Zeitpunkte $t, t=1,2,..,\ t_o$, die Schnittpunkte der Kurve von $H\ (m\bar{p}_y^a,\ t \leq t_o)$ mit der Linie $((\alpha_{yt}{}^{l}{}_{y}+r\hat{p}_i)q_y^a-\bar{p}_y^a)$ sind, die auf der Zeit-Achse in den Abb. 7,8 und 9 aufgezeichnet sind. In diesen Zeitpunkten kann der Unternehmer die Investitionsmaßnahmen für die antizyklische Politik vornehmen.

Die Folgerung kann so interpretiert werden, daß der Unternehmer zu dem Zeitpunkt antizyklische Investitionsmaßnahmen ergreifen soll, in dem die Liquiditätslücke infolge des vom Konjunkturrückgang verursachten Absatzrückgangs den Minimumbetrag der finanziellen Mittel übersteigt. In diesem Sinne können alle bereits abgeleiteten Investitionszeitpunkte als Liquiditätsgrenzpunkte definiert werden (Vgl. Abb. 7,8 und 9).

Aus der bisherigen Untersuchung geht hervor: Der Unternehmer kann zu irgendeinem Zeitpunkt $t_{-\bar{n}}^{+} < t$ während des Abschwungs, in dem die Kriteriumsfunktion (4.24) erfüllt ist, anfangen, Investitionsausgaben für ein antizyklisches Projekt vorzunehmen. Auf der anderen Seite soll er die antizyklische Investitionspolitik zum Zeitpunkt $t=t_o$, $t_o \in T^-$, beenden [1].

---

[1] Vgl. hierzu Satz 1 und 3 .

4.2.1.3 Das Zahlenbeispiel zu 4.2.1.2

a. Die Modifikation der Kriteriumsfunktion

Um ein Zahlenbeispiel durchzuführen, soll zunächst die im vorangehenden hergeleitete Kriteriumsfunktion (4.24) modifiziert werden. Wie bereits in 4.1.1.3 a erläutert, zeigt die rechte Seite der Kriteriumsfunktion (4.24) diejenige Linie, die parallel zur Abszisse in Höhe von $\bar{p}_y^a$ aufgezeichnet wird. Die rechte Seite der Gleichung (4.24) kann daher ohne Berücksichtigung des konstanten Wertes $(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i) q_y^a$ als "eine Linie $\bar{p}_y^a$" bezeichnet werden. Unter der Annahme, daß der konstante Wert unberücksichtigt bleibt, kann die Kriteriumsfunktion (4.24) wie folgt modifiziert werden:

$$(4.32) \qquad H((m-1)\bar{p}_y^a, t) \leq \bar{p}_y^a$$

$$H(m\bar{p}_y^a, t-1) > \bar{p}_y^a$$

Damit kann man leicht beurteilen, ob die Werte der Kostenfunktion H kleiner oder grösser sind als die Investitionsausgaben $\bar{p}_y^a$ zum Zeitpunkt t, d.h. ob die Liquiditätslücke den Minimumbetrag der finanziellen Mittel übersteigt.

Hierbei ist zu bestimmen, ob diese Kriteriumsfunktion bei jeder Variation von $m\bar{p}_y^a$ und t erfüllt ist.

b. Die Zahlenannahmen

Zur Bestimmung des optimalen Vornahmezeitpunktes werden zunächst die in den einzelnen Projekten angenommenen Werte der Koeffizienten von (4.32) in Tabelle 17 zusammengestellt. Dabei wurde das zweite Projekt als die branchenmäßige Diversifikation und das dritte als die räumliche Diversifikation angenommen [1]. Da bei dem dritten Projekt vorausgesetzt ist, daß die Konjunktur im Ausland phasenverschoben zu der im Inland verläuft, sind die Anschaffungskosten dieses Projekts grösser als die des Projekts bei prozyklischer Investitionspolitik. Bei der branchenmäßigen Diversifikation könnten die vorhandenen Anlagen nicht weiterbenutzt werden. Wenn die ganze neue Anlage angeschafft wird, fallen ebenfalls höhere Anschaffungskosten als bei prozyklischer Investitionspolitik an (Vgl. die zweite Spalte der Tabelle 17).

Im Abschwung besteht die Gefahr, daß die erwartete interne Verzinsung des investierten Gesamtkapitals nicht erreicht wird, und daß das aufgenommene Fremdkapital eine Reduzierung der Rentabilität verursacht [2].

Insofern ist die antizyklische Investitionsmaßnahme von vornherein nicht wirklichkeitsnah, wenn ein höherer Zinssatz im Abschwung angenommen wird. Aus diesem Grund wird unterstellt, daß die Zinsen im Abschwung identisch mit den im Aufschwung sind (Vgl. die siebte und elfte Spalte der Tabelle 17).

---

1) Vgl. hierzu 2.1.2 - b.

2) Vgl. hierzu Büschgen, H.E., Das Unternehmen im Konjunkturwandel, a.a.O., S. 23-29.

Tabelle 17

Parameter / y, i	$\bar{p}_y^a$	q_y^a	l_y	$\hat{p}_i$	r	$r\hat{p}_i$	p_y^a	g_y^a	w_y^a	ρ	$(g_y^a + w_y^a)$
1	90	60	4	6	0,05	0,3	4	0,1	1,9	0,05	2
2	60	50	2	5	0,05	0,25	3	0,25	1,4	0,05	1,5
3	100	80	6	8	0,05	0,4	5	0,5	2	0,05	2,5

Tabelle 18

i	t	1	2	3	4	5	----------	10
	$W_{1t} = \ln Z_{1t}$	$\ln \frac{12}{3} = 1.3863$	$\ln \frac{60}{12} = 1.6094$	$\ln \frac{80}{60} = 0.2852$	$\ln \frac{90}{80} = 0.1133$	$\ln \frac{95}{90} = 0.0488$		
1	$\sum W_{1t}$	1.3863	2.9958	3.2810	3.3943	3.4431		
	$F_{LN}(\bar{\theta}_{1t})$	0.916	0.9982	0.9993	0.9995	0.9996		
	$W_{2t} = \ln Z_{2t}$	$\ln \frac{6}{5} = 0.1823$	$\ln \frac{10}{6} = 0.5086$	$\ln \frac{100}{10} = 2.3026$	$\ln \frac{150}{100} = 0.4055$	$\ln \frac{160}{150} = 0.0583$		
2	$\sum W_{2t}$	0.1823	0.6891	2.9917	3.3972	3.4555		
	$F_{LN}(\bar{Q}_{2t})$	0.5592	0.7507	0.9985	0.9995	0.9996		
	$W_{3t} = \ln Z_{3t}$	$\ln \frac{80}{15} = 1.7918$	$\ln \frac{100}{80} = 0.2231$	$\ln \frac{120}{100} = 0.1823$	$\ln \frac{125}{120} = 0.0392$	$\ln \frac{130}{125} = 0.0392$		
3	$\sum W_{3t}$	1.7918	2.0183	2.1972	2.9356	2.2756		
	$F_{LN}(\bar{Q}_{3t})$	0.9632	0.9971	0.9815	0.9985	0.9587		

Tabelle 19

y	t	1	2	3	4	5	...	10
	α_{1t}	0.06	0.3	0.4	0.45	0.475		
1	$\alpha_{1t} l_1$	0.24	1.2	1.6	1.8	1.9		
	$\alpha_{1t} l_1 + r\hat{P}_1$	0.54	1.5	1.9	2.1	2.2		
	α_{2t}	0.03	0.05	0.5	0.75	0.8		
2	$\alpha_{2t} l_2$	0.06	0.1	1	1.5	1.8		
	$\alpha_{2t} l_2 + r\hat{P}_2$	0.31	0.35	1.25	1.75	1.85		
	α_{3t}	0.4	0.5	0.6	0.625	0.65		
3	$\alpha_{3t} l_3$	2.4	3	3.6	3.75	3.9		
	$\alpha_{3t} l_3 + r\hat{P}_3$	2	3.4	4	4.15	4.3		

kleiner als die der Minimumbedingung $\bar{p}_y^a$ sind [1]. (Vgl. Tabelle 20,21 und 22).

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 20, 21 und 22 angeführt und in den Abbildungen 7, 8 und 9 veranschaulicht. Der obere Teil der Abbildungen 7,8 und 9 zeigt den Bestimmungsprozeß des optimalen Vornahmezeitpunktes für die Investitionsmaßnahmen 1,2 und 3. Im unteren Teil ist das mögliche Niveau der einzelnen Investitionsmaßnahmen zu diesen optimalen Investitionszeitpunkten veranschaulicht.

Aus den Abbildungen 7,8 und 9 liest man den optimalen Vornahmezeitpunkt für die einzelne Investitionsmaßnahme wie folgt ab:

t / y	t^+_{-n}						
	o	1	2	3	4	5	---------- 1o
1			▽	▽	▽	▽	
2				▽	▽	▽	
3		▽	▽	▽	▽		

Bem.1: ▽ bezeichnet den optimalen Vornahmezeitpinkt der Investitionsmaßnahmen.

2: $t^+_{-n} = o$

[1] Vgl. die Methode des Rechengangs des optimalen Investitionszeitpunktes den Anhang 2.

In diesen Zeitpunkten besteht die Möglichkeit, daß der Unternehmer die Investitionsmaßnahme vornehmen kann. Dies ist ein erster Schritt zur Durchführung der optimalen Investitionspolitik der Unternehmung. Hierbei wird allerdings das optimale Niveau von $\bar{A}_y^a = m\bar{p}_y^a$, m=o,1,2,....., nicht bestimmt, weil die betriebsendogenen Beschränkungen wie z.B. Budgetbeschränkungen bei der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes nicht berücksichtigt worden sind.

Tabelle 20 Die Bestimmung des optimalen Vornahmezeitpunktes für die erste Investitionsmaßnahme

t	m	$H(t, m\bar{P}_1^a)$	(1) $(\alpha_{1t}\ell_1 + r\hat{P}_1)q_1^a F_{LN}(\bar{Q}_{1t})$	(2) $(g_1^a + w_1^a)q_1^a(1 - F_{LN}(Q_{1t}))$	$-(1)+(2)+(\alpha_{1t}\ell_1 + r\hat{P}_1) \left\{\begin{matrix}\geq\\<\end{matrix}\right\} \bar{P}_1^a$	Bestimmung, wenn $t_0 = 5$
t_0	0	$H(t_0, 0)$	−130.94	0.048	$0.048 < 90$	5
t_0-1	1	$H(t_0-1, \bar{P}_1^a)$	−125.93	0.06	$50.7 < 90$	4
t_0-2	2	$H(t_0-2, 2\bar{P}_2^a)$	−113.92	0.084	$17.1 < 90$	3
t_0-3	3	$H(t_0-3, 3\bar{P}_3^a)$	−89.83	0.216	$42.32 < 90$	2
t_0-4	4	$H(t_0-4, 4\bar{P}_4^a)$	−29.67	10.08	$113.35 > 90$	

Tabelle 21 Die Bestimmung des optimalen Vornahmezeitpunktes für die zweite Investitionsvornahme

t	m	$H(t, mp)$	(1) $(\alpha_{2t} l_2 + r\hat{P}_2) q_2^a F_{LN}(\bar{Q}_{2t})$	(2) $(g_2^a + \omega_2^a) q_2^a (1 - F_{LN}(\bar{Q}_{2t}))$	(1)+(2) $\{\geq\} \bar{P}_2^a$	Bestimmung, wenn $t_0 = 5$
t_0	0	$H(t_0, 0)$	- 92.46	0.03	$0.03 < 60$	5
t_0-1	1	$H(t_0-1, \bar{P}_2^a)$	- 87.45	0.037	$5.04 < 60$	4
t_0-2	2	$H(t_0-2, 2\bar{P}_2^a)$	- 62.40	0.112	$30.17 < 60$	3
t_0-3	3	$H(t_0-3, 3\bar{P}_2^a)$	- 13.13	18.69	$98.02 > 60$	2
t_0-4	4	$H(t_0-4, 4\bar{P}_2^a)$	- 8.66	33.06	$116.86 > 60$	

Tabelle 22 Die Bestimmung des optimalen Vornahmezeitpunktes für die dritte Investitionsmaßnahme

t	m	$H(t, m\bar{P}_3^a)$	(1) $(\alpha_{3t} l_3 + r\hat{P}_3) q_3^a F_{LN}(\bar{Q}_{3t})$	(2) $(g_3^a + w_3^a) q_3^a (1 - F_{LN}(\bar{Q}_{3t}))$	$-(1)+(2)+(\alpha_{3t} l_3 + r\hat{P}_3)$ $q_3^a \left\{ \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} \right\} \bar{P}_3^a$	Bestimmung, wenn $t_0 = 4$
t_0	0	$H(t_0, 0)$	340.11	2.26	$2.26 < 100$	4
t_0-1	1	$H(t_0-1, \bar{P}_3^a)$	327.75	2.56	$14.92 < 100$	3
t_0-2	2	$H(t_0-2, 2\bar{P}_3^a)$	314.08	3.7	$29.73 < 100$	2
t_0-3	3	$H(t_0-3, 3\bar{P}_3^a)$	265.98	4.42	$7.55 < 100$	1
t_0-4	4	$H(t_0-4, 4\bar{P}_3^a)$	215.75	7.36	$131.72 > 100$	0

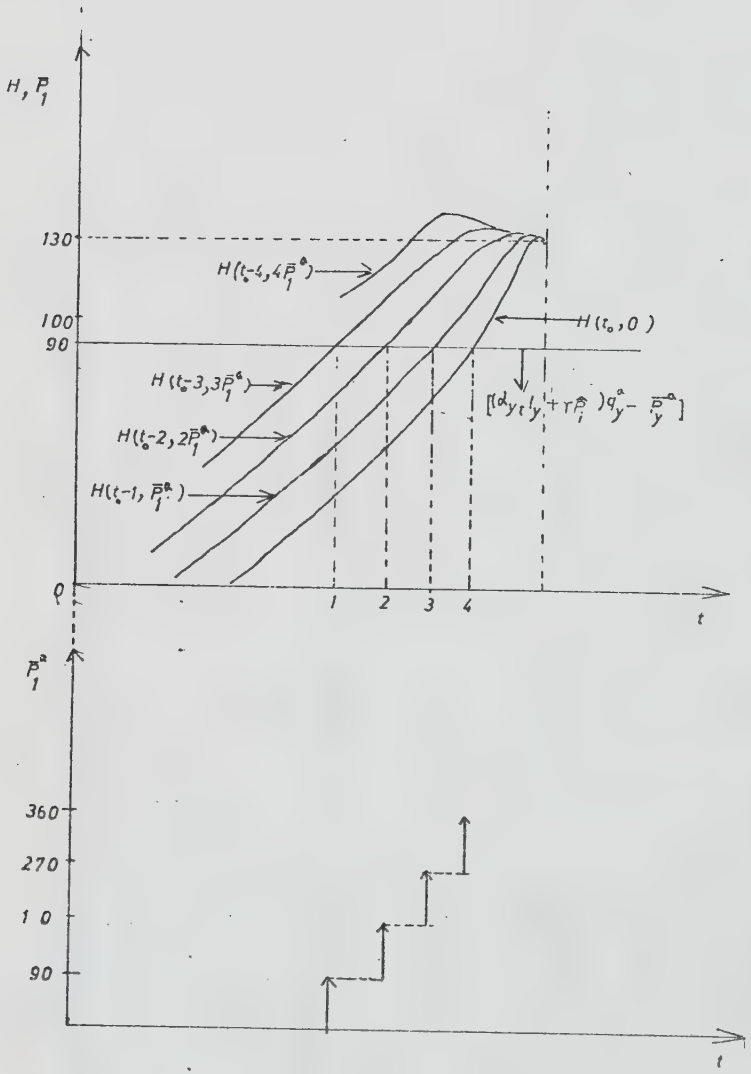


Abb. 7. Der optimale Vornahmezeitpunkt für die erste Investitionsmaßnahme in Abschwung

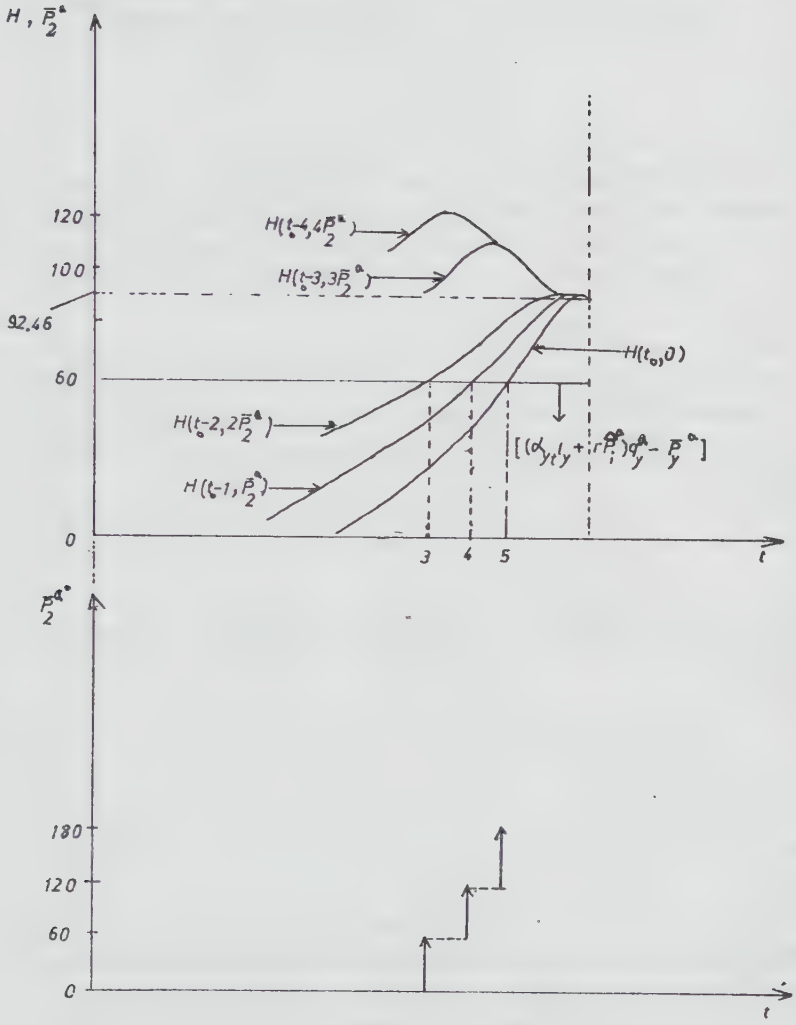


Abb. 8. Der optimale Vornahmezeitpunkt für die zweite Investitionsmaßnahme im Abschwung

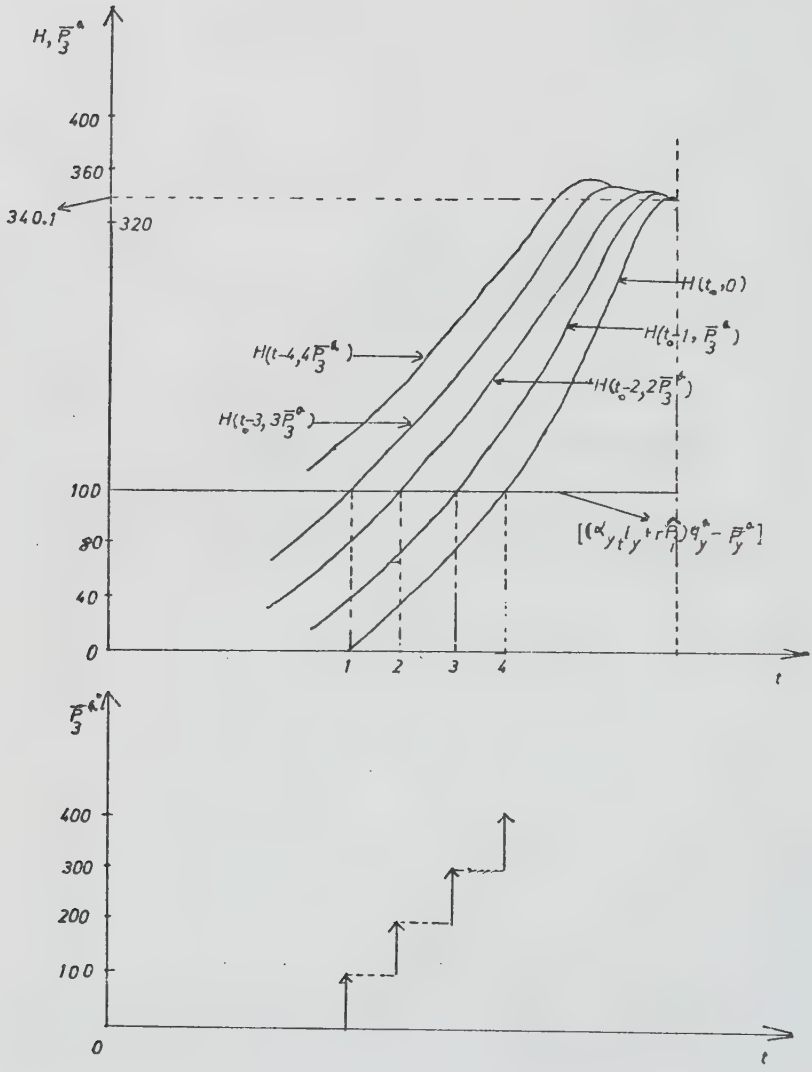


Abb. 9. Der optimale Vornahmezeitpunkt für die dritte Investitionsmaßnahme im Abschwung

4.2.2 Zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms für mehrere antizyklische Investitionsmaßnahmen

4.2.2.1 Methodische Vorbemerkungen

Im Vorangehenden wurde der optimale Vornahmezeitpunkt für eine einzelne Investitionsmaßnahme unter Berücksichtigung des Nachfragerückgangs der bereits im Unternehmen vorhandenen Anlagen sowie der Kostenfaktoren untersucht. Auf dieser Basis soll nun das optimale Investitionsprogramm bestimmt werden.

Hierfür wird zuerst die Zielfunktion (4.21) unter Berücksichtigung von (4.22) und der Tabellen 20, 21 und 22 modifiziert, weil die Berechnung des Gegenwartsgewinns nur anhand des Gegenwartswertes der Einnahmeströme und Kostenfaktoren möglich ist:

$$(4.33)\quad \hat{C}^{a}_{yt} = \Big\{ \sum_{j=t}^{J} E^{a}_{yj}(1+\rho)^{1-j} - A^{a}_{yt}(1+\rho)^{1-t} - \Big[\sum_{j=t}^{t_o}(1+\rho)^{1-t} \Big[(\alpha_{yt} l_y + r\hat{p}_i) q^{a}_{y} \int_{o}^{mq^{a}_{y}} \int_{o}^{t} f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau})\, d\, d\bar{Q}_{i\tau} + (g^{a}_{y}+\omega^{a}_{y}) q^{a}_{y} \int_{o}^{mq^{a}_{y}} \int_{o}^{t} (1-f_{LN}(\bar{Q}_{i\tau}))\, d\tau\, d\bar{Q}_{i} \Big] \Big\}, \quad {}^{1)}$$

wobei $t=1$. $\quad y=1,2,3;\ i=1,2,3;\ m=1,2,\ldots\ldots,m-1$

Hierbei bedeutet der erste Ausdruck in der geschweiften Klammer die Einnahmeströme des antizyklischen Projektes, der zweite die Investitionsausgaben und der dritte die Veränderung der Liquiditätslücke und der Fehlmengenkosten zum im Vorangehenden abgeleiteten Investitionszeitpunkt.

Für die Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms sollen nun weiter die Programmierungsansätze (4.13) - (4.14) und (4.15) - (4.16) eingeführt werden. Die verfügbaren Investitions-

---

1) Vgl. hierzu die fußnote 1 auf der Seite 73.

ausgaben für antizyklische Maßnahmen werden mit DM 200,- zu jedem der abgeleiteten Investitionszeitpunkte angenommen. Im Rahmen dieses Budgets können zwei Investitionsmaßnahmen zu jedem optimalen Investitionszeitpunkt vorgenommen werden [1]. Die Budgetbeschränkung (4.19) bleibt daher unverändert bestehen [2]:

$$s_1 + s_2 + 2s_3 \leq 2, \quad t=1$$

$$(d_i - s_i) \leq 2, \quad t=2,3,4.$$

Wie bereits in Tabelle 18 angenommen, geht der Nachfragerückgang des bereits vorgenommenen Projekts 3 im Anfangsstadium des Abschwungs mehr zurück als der des bereits vorgenommenen Projekts 2. Das Projekt 3 soll jeweils zu einem früheren Zeitpunkt als dem Vornahmezeitpunkt des Projekts 2 vorgenommen werden. Aus diesem Grund bleibt auch die Beschränkung des zeitlich vorgelagerten Projekts (4.20) unverändert bestehen [3]:

$$d_3 \geq d_2 , \quad t=1,2,3,4.$$

Im folgenden wird das optimale Investitionsprogramm anhand des Programmierungsansatzes (4.13), (4.14), (4.15) und (4.16) sowie unter Berücksichtigung der Beschränkungen (4.19) und (4.20) bestimmt.

---

1) Vgl. hierzu die angenommenen Werte der Investitionsausgabeneinheit des y-ten antizyklischen Projektes, y = 1,2 und 3.

2) Vgl. hierzu 4.1.2.1.

3) Die hierbei angeführten Projekte sind die antizyklischen Projekte y=2 und y = 3.

4.2.2.2 Die Berechnung des optimalen Vornahmezeitpunktes für mehrere Investitionsmaßnahmen

Der Ausgangspunkt ist die Berechnung des Gegenwartsgewinns zu den bereits abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkten. Hierfür sind zunächst die Zahlenannahmen der Nachfrage Q^a_{yt} der antizyklischen Projekte 1,2 und 3 in Tabelle 23 zusammengestellt. Hiermit wird der Gegenwartsgewinn der einzelnen Investitionsmaßnahmen anhand von (4.22) berechnet [1]. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 24 zusammengestellt.
Auf der Basis der berechneten Gegenwartsgewinne wird im folgenden das optimale Investitionsprogramm für die antizyklischen Maßnahmen untersucht.

1. Zum Zeitpunkt 1

Aus der Tabelle 24 berechnet man die Kombination der Gegenwartsgewinne der Projekte 1,2 und 3 anhand der Gleichung (4.13) und die dementsprechenden optimalen Investitionszeitpunkte anhand der Gleichung (4.14). Die Ergebnisse zeigt die Tabelle 25. Dabei bezeichnet D in der ersten Spalte die Budgetbeschränkung und B die Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte. Der Tabelle 25 kann man den möglichen Programmzustand $\bar{d} = (001)$ und $\bar{d}$ (100) entnehmen. Die dementsprechenden Kombinationen des Gegenwartsgewinns lauten im einzelnen V_1 (001) = 237.77 und V_1 (100) = 255.80. Die der Kombination der Gegenwartsgewinne entsprechenden Investitionszeitpunkte sind $\bar{\theta}_1^*(001)=(001_3)$ und $\bar{\theta}_1^*(100) = (1_100)$ [2]. Zum ersten Zeitpunkt ergibt sich kein Maximum der Kombination der Gegenwartsgewinne der mehreren Maßnahmen.

---

[1] Der ausführliche Rechengang wird im Anhang 4 dargestellt.

[2] Die kleine Zahl neben dem Periodezeichen ist das Projektzeichen.

Tabelle 23 Die Nachfrageentwicklung der antizyklischen Projekte 1,2 und 3

y \ t	1	2	3	4	5	6	...	10
1	60	60	70	80	80	30	...	30
2	20	50	70	60	65	20	...	20
3	80	190	180	170	160	40	...	40

Tabelle 24 Der Gegenwartsgewinn der einzelnen Investitionsmaßnahmen

y \ t	1	2	3	4	5	6	...	10
1	255.80	165.15	187.94	183.33	181.42			
2	85.73	101.45	77.60	52.94	64.77	74.42		
3	237.77	321.13	235.86	215.72	228.70			

ii. Zum Zeitpunkt 2

Zu diesem Zeitpunkt bestehen die Programmzustände 001, 011, 100, 101 und 111 (Vgl. Tab. 26). Die diesen Programmzuständen entsprechende Kombination der Gegenwartsgewinne $V_2(\bar{d}), \bar{d}=(001),(011),...$ ..., soll anhand der Gleichung (4.15) und der Tabelle 25 berechnet werden. Die dementsprechenden Investitionszeitpunkte $\theta_2^*(\bar{d}), \bar{d}=(001),(011),(100),$ ....., müssen ebenfalls anhand der Gleichung (4.16) und der Tabelle (25) berechnet werden.

Der Programmzustand $\bar{d}$ = (111) erzielt das Maximum des Gegenwartsgewinns für alle möglichen Zustände. Nun zeigt sich, wie die dem Zustand $\bar{d}$=(111) entsprechende Kombination der Gegenwartsgewinne berechnet werden kann. Zunächst soll der vorangehende Programmzustand $\bar{s}$ von (110) und (011) aus Tab. 26 festgestellt werden. Dieser lautet (001) und (100). Die anderen $\bar{s}$ sind unmöglich wegen der Budgetbeschränkungen und Beschränkung der zeitlich vorgelagerten Projekte[2].

Die Kombinationen des Gegenwartsgewinns $V_1(\bar{s})$ für (001) und (100) sind in Tabelle (25) bereits berechnet. Sie sind im einzelnen 237.77 und 255.80. Die Werte von $\sum_{y=1}^{3} c_{y2}^{a}(d_y - s_y)$ für (110) und (011) können leicht aus der Tabelle (24) berechnet werden. Sie lauten im einzelnen 266.60 und 422.58. Wenn diese

---

1) Vgl. hierzu die Tabelle 26.

2) Außerdem liegt der Grund darin, daß $\bar{s}$ nicht den vorteilhaften Programmzustand $\bar{d}$ vorangehen kann. Vgl. hierzu die Tabelle 26.

Tabelle 25 die Berechnung von $V_t(\bar{s})$ und $\bar{\theta}_t^*(\bar{s})$ zum Zeitpunkt 1

$\bar{s}$	$C_{y1}s_y$		$= V_1(\bar{s})$	$\bar{\theta}_1^*(\bar{s})$
000	0		0	000
001	237,77		23777	001
~~010~~				010
~~011~~				011
100	255,80		255,80	100
~~101~~				101
~~110~~				110
~~111~~				111

addiert werden, ergibt sich

237.77 + 266.60 = 504.37
255.80 + 422.58 = 678.38

Das Maximum der Kombination des Gegenwartsgewinns lautet also 678.38. Der entsprechende vorangehende Programmzustand $\bar{s}^*$ ist (100). Dies wird für die Berechnung von $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ angewendet. $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ kann nämlich durch die Addition von $\bar{\theta}_1^*(\bar{d})$, das in der Tabelle 25 bereits berechnet ist, zu $2(\bar{d}-\bar{s}^*)$ berechnet werden. Die Ergebnisse lauten $\bar{\theta}_2^*(111)=(1_1 2_2 2_3)$, da $\bar{\theta}_1^*(\bar{s}^*)=(100)$ und $2(\bar{d}-\bar{s}^*)=2(011)=(02_2 2_3)$[1]. Durch dieses Investitionsprogramm erzielt der Unternehmer den Gegenwartsgewinn DM 678.38. In dieser Weise werden $V_2(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_2^*(\bar{d})$ für andere Programmzustände $\bar{d}$ = 000 bzw. (001), (010),.., in Tabelle 26 berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 27 zusammengefaßt, so daß $V_3(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_3^*(\bar{d})$ berechnet werden können.

iii. Zum Zeitpunkt 3

Die Kombination des Gegenwartsgewinns für den Programmzustand $\bar{d}$ = 000, 001,.., wird in gleicher Weise wie zum Zeitpunkt 2 in Tabelle 28 berechnet. Die Ergebnisse sind wieder in Tabelle 29 zusammengefaßt. Das optimale Investitionsprogramm lautet zu diesem Zeitpunkt $\bar{\theta}_3^*=(1_1 2_2 2_3)$, weil $\bar{\theta}_2^*(\bar{s})=\bar{\theta}_2^*(111)=(1_1 2_2 2_3)$ und $3(\bar{d}-\bar{s}^*)=3(000) = (000)$[2].

---

1) Hierbei ist der Rechengang verdeutlicht:
$\bar{\theta}_2^*(111)=\bar{\theta}_1^*(\bar{s}^*) + 2(\bar{d}-\bar{s}^*)=(100) +2((111) - (100))$
$=(1_1 00) + (02_2 2_3)=(1_1 2_2 2_3)$.

2) Hierbei wird der Rechengang verdeutlicht:
$\bar{\theta}_3^*(111)=\bar{\theta}_2^*(\bar{s}^*) + t(\bar{d}-\bar{s}^*)=\bar{\theta}_2^*(111)- 3((111)-(111))$
$=\bar{\theta}_2^*(111) - 3(000)=(1_1 2_2 2_3)+(000)=(1_1 2_2 2_3)$.

Tabelle 26 Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}_t^*(\bar{d})$ zum Zeitpunkt 2

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}-\bar{s}$	$V_{t-1}(\bar{s})$	$+\sum_{y=1}^{3} \hat{c}^0_{yt}(d_y - s_y)$		=
000	000					000
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

100	000	100	0	165.15		165.15
	~~001~~					
	~~010~~					
	~~011~~					
	100	000	255.8			255.8 *
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (100) + 2(000) = (1,00)$

001	000	001	0	321.13		321.13 *
	001	000	237.77	0		237.77
	~~010~~					
	~~011~~					
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000) + 2(001) = (00 2_3)$

101	000	101	0	486.28		486.28
	001	100	237.77	165.15		402.92
	010					
	011					
	100	001	255.8	321.13		576.93 *
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (100) + 2(001) = (1,0 2_3)$

~~010~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

~~110~~	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	422.58		422.58 *
	001	010	237.77	101.45		339.22
	~~010~~					
	~~011~~					
	~~100~~					
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (000) + 2(011) = (02_23)$

111	000	~~110~~	0			
	001	110	237.77	266.60		504.37
	~~010~~					
	~~011~~					
	100	011	255.80	422.58		678.38 *
	~~101~~					
	~~110~~					
	~~111~~					

$\bar{\theta}_t^*(\bar{d}) = \bar{\theta}_{t-1}^*(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}) = (100) + 2(011) = (1_12_23_3)$

Tabelle 27 Zusammenfassung der Tabelle 26

$\bar{s}$	$V_t(\bar{s})$	$\bar{\theta}_t^*(\bar{s})$	
000			
001	321.13	002_3	
~~010 B~~			
011	422.58	022_3	
100	255.8	$1_1 00$	
101	576.93	$1_1 02_3$	
~~110 B~~			
111	678.38	$1_1 2_2 2_3$	

Da $\bar{d} - \bar{s}^* = 000$ ist und $V_2(111)=V_3(111)$,

kann man das Rechenverfahren beenden. Das gesuchte Investitionsprogramm ist daher $\bar{\theta}_3^*(111)=(1_1 2_2 2_3)$[1]. Mit anderen Worten, der Unternehmer soll die erste Investitionsmaßnahme zum Zeitpunkt 1, die zweite zum Zeitpunkt 2 und die dritte auch zum Zeitpunkt 2 vornehmen. Damit kann er den Bestand des Unternehmens im Abschwung sichern.

---

1) In dem Beispiel ist das berechnete Gesamtoptimum identisch mit dem Einzeloptimum. Dagegen stimmen die beiden Optima in dem Beispiel für das optimale Investitionsprogramm während des Aufschwungs nicht überein. Das Ergebnis des hier angeführten Beispiels ist daher zufällig.

Tabelle 28 Die Berechnung von $V_t(\bar{d})$ und $\bar{\theta}^*_t(\bar{d})$ zum Zeitpunkt 3

$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{d}-\bar{s}$	$V_{t-1}(\bar{s})$	$+\sum_{y=1}^{3} a^0_{yt}(d_y-s_y)$		
000	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

001	000	001	0	235.86		235.86
	001	000	321.13	0		321.13 *
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (002_3) + 3(000) = (002_3)$

010B	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

011	000	011	0	313.46		313.46
	001	010	321.13	77.60		398.73
	010B					
	011	000	422.58	0		422.58 *
	100					
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (02_22_3) + 3(000) = (02_22_3)$

100	000	100	0	187.94		187.94
	001					
	010					
	011					
	100	000	255.8	0		255.8 *
	101					
	110					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t(\bar{d}-\bar{s}^*) = (1,00) + 3(000) = (1,00)$

101	000	101	0	423.80		423.80
	001	100	321.13	187.94		509.07
	010B					
	011					
	100	001	255.80	235.86		491.66
	101	000	576.93	0		576.93 *
	110B					
	111					

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t\cdot(\bar{d}-\bar{s}^*) = (1,02_3) + 3(000) = (1,02_3)$

110B	000					
	001					
	010					
	011					
	100					
	101					
	110					
	111					

111	000	111B				
	001	110	321.13	265.54		586.67
	010B					
	011	100	422.58	187.94		610.52
	100	011	255.8	313.46		569.26
	101	010	576.93	77.60		654.53
	110B					
	111	000	678.38	0		678.38 *

$\bar{\theta}^*_t(\bar{d}) = \bar{\theta}^*_{t-1}(\bar{s}^*) + t(\bar{d}-\bar{s}^*) = (1,2_22_3) + 3(000) = (1,2_22_3)$

Tabelle 29 Zusammenfassung der Tabelle 28

$\bar{s}$	$V_t(\bar{s})$	$\bar{\Theta}_t(\bar{s})$	
000		—	
001	321.13	$0 0 2_3$	
~~010 B~~			
011	422.58	$0 2_2 2_3$	
100	255.8	$1_4 00$	
101	576.93	$4 0 2_3$	
~~110 B~~			
111	678.38	$1_4 2_2 2_3$	

4.2.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchung können wie folgt zusammengefaßt werden:

i) Unter der Annahme, daß der Unternehmer versucht, mit den antizyklischen Investitionsmaßnahmen die vom Nachfragerückgang verursachte Liquiditätslücke zu schliessen, wurde der optimale Zeitpunkt für die Durchführung der einzelnen Investitionsmaßnahme anhand der Kostenfaktoren bestimmt.

Dabei stellte sich heraus, daß die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes von der Höhe des Nachfragerückgangs abhängig ist. Mit anderen Worten, wird ein großer Nachfragerückgang erwartet, so liegt der optimale Vornahmezeitpunkt für die Investitionsmaßnahmen am Beginn des Abschwungs. Dagegen wird der optimale Vornahmezeitpunkt eher später liegen, wenn der Nachfragerückgang im Laufe des Abschwungs langsamer zunimmt und insgesamt ein geringeres Volumen hat.

Hieraus folgt, daß der Unternehmer in Abhängigkeit von dem Rückgang der Nachfrage seine antizyklischen Investitionsmaßnahmen ergreift (Vgl. Abb. 7, 8 und 9).

ii) In 4.2.2.2 wurde das optimale Investitionsprogramm auf der Basis der in 4.2.1.2 abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte berechnet. Dabei ergab sich ein anderes Investitionsverhalten als bei Betrachtung der einzelnen Investitionsmaßnahme. Wie das in 4.2.2.3 berechnete optimale Investitionsprogramm zeigt, wird nämlich der Unternehmer die Investitionsmaßnahmen in der nahen Zukunft vornehmen, wenn ein Abschwung erwartet wird.

iii) Wenn der Unternehmer sich nur mit einer einzelnen Investitionsmaßnahmen an den Abschwung anpaßt, betragen die Gegenwartsgewinne während des Abschwungs im Beispielfall-

- DM 255.80,- im Fall der ersten Maßnahme
- DM 101.45,- im Fall der zweiten Maßnahme
- DM 321.13,- im Fall der dritten Maßnahme .

Im Gegensatz dazu betragen die Gegenwartsgewinne insgesamt DM 678.38,- , wenn der Unternehmer mit einem Investitionsprogramm aus mehreren Maßnahmen auf den Abschwung reagiert.

iv) Wie das Ergebnis iii) zeigt, ergibt sich für das Unternehmen bei Beschränkung auf ein einzelnes Projekt ein größeres Risiko der Illiquidität und der Störung des finanziellen Gleichgewichts als im Falle eines Investitionsprogramms, wenn der Nachfrage-rückgang anders als erwartet verläuft. Durch mehrere Investitionsmaßnahmen kann der Unternehmer also die Aufrechterhaltung des Unternehmens im Abschwung besser gewährleisten.

5. Schlußfolgerungen

Es wurde der Versuch unternommen:

1. Eine Bestimmungsfunktion für den optimalen Investitionszeitpunkt zu entwickeln, in dem die konjunkturell bedingten Risiken berücksichtigt sind.

2. Einen dynamischen Programmierungsansatz zur Bestimmung des optimalen Investitionsprogramms während einer Konjunkturphase zu entwickeln.

Mit Hilfe der Bestimmungsfunktion wurden die optimalen Investitionszeitpunkte für ein einzelnes Projekt und das in diesen Zeitpunkten erforderliche Niveau der Investitionsausgaben während einer Konjunkturphase theoretisch abgeleitet. Dieses theoretische Ergebnis wurde durch ein Zahlenbeispiel verdeutlicht. Damit wurde gezeigt, wie die konjunkturell bedingten Risiken durch Anwendung der hier entwickelten Bestimmungsfunktion vermieden bzw. vermindert werden können.

Die aus den Kostenfaktoren abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte wurden unter Rentabilitätsgesichtspunkten geprüft. Dabei stellte sich heraus, daß an den optimalen Investitionszeitpunkten, welche sich bei identischen Investitionsausgaben ergeben, unterschiedliche Gegenwartsgewinne realisieren. Aus diesem Grund wurde das optimale Investitionsprogramm anhand eines dynamischen Programmierungsansatzes ermittelt, der die betriebsendogenen Restriktionen berücksichtigt.

Die wesentlichen Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

i) Im Aufschwung wie im Abschwung können die Unternehmen durch die Investitionspolitik mit mehreren Projekten mehr konjunkturell bedingte Risiken vermeiden bzw. reduzieren als durch eine auf ein einzelnes Projekt bezogene Investitionspolitik.

ii) Das Investitionsverhalten ist unterschiedlich je nach der Konjunkturphase:

1. Abschwung

Im Abschwung wird derUnternehmer von den abgeleiteten, optimalen Investitionszeitpunkten des einzelnen Projektes solche auswählen, die zeitlich früher liegen, um für den bevorstehenden Konjunkturrückgang vorzusorgen.

2. Aufschwung

Dagegen nimmt er im Aufschwung die Investitionen zu dem abgeleiteten optimalen Investitionszeitpunkte des Einzelprojekts vor, die zeitlich später liegen. In diesen Zeitpunkten erwirtschaften aber alle Projekte 1,2 und 3 den höchsten Gegenwartsgewinn.

Bei der vorliegenden Untersuchung wurde die nichtzyklische Investitionspolitik ausser Acht gelassen. Auch die Konjunkturpolitik der Regierung und das Verhalten der Konkurrenz bleiben in den Modellen unberücksichtigt. Ausserdem werden bei der Entwicklung der Ansätze die verfügbare Anpassungszeit und der Widerstand im sozialen und technologischen Bereich vernachlässigt, von denen letzten Endes der Erfolg der Investitionspolitik abhängt.

Die Frage, ob die hier vorgestellten Ansätze trotzdem ein exaktes Hilfsmittel zur Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes darstellen, läßt sich nur durch die Praxis beantworten.

Es kann aber vermutet werden, daß eine Anpassung der unternehmerischen Investitionspolitik an die Konjunktur, so wie sie hier vorgeschlagen wird, theoretisch sinnvoll ist und eher zu einem betriebs- und volkswirtschaftlich befriedigenden Ergebnis führt, als die praktische Investitionspolitik vieler Unternehmen, die entweder von der konjunkturellen Entwicklung gar keine Notiz nimmt oder sich grober Schätzungen, Vermutungen oder Erfahrungswerte bedient, die theoretisch nicht befriedigen können.

Anhang 1

Da $Z_{i,t-1}=Q_{it}/Q_{i,t-1}$ eine Zufallsvariable ist, können die zu erwartenden Fehlmengenkosten so bezeichnet werden:

$$(A\text{-}1)\quad K_g = (g_i+\omega_i)\int_{M_{it}/Q_{i,t-1}}^{\infty} (Q_{i,t-1}Z_{i,t-1} - M_{it}) f_{LN}(Z_{i,t-1} \mid \mu_{i,t-1},\sigma_{i,t-1})\, dZ_{i,t-1} .$$

Gemäß der Definition in 3.1.1.2-b, daß die am Anfang der Periode t prognostizierte Nachfrage $Q_{it}=Z_{i,t-1}Q_{i,t-1}$ mit den Parametern $(\mu_{i,t-1} + \log_e Q_{i,t-1})$ und $\sigma_{i,t-1}$ lognormal verteilt ist, kann die Gleichung (A-1) wie folgt neu geschrieben werden :

$$(A\text{-}2)\quad K_g = (g_i+\omega_i) \int_{M_{it}}^{\infty} (Q_{it} - M_{it})\, f_{LN}(Q_{it} \mid \mu_{i,t-1} + \log_e Q_{i,t-1}, \sigma_{i,t-1})\, dQ_{it} .$$

Anhang 2: Erläuterung der Berechnung in Tabelle 6,7 und 8

Wie bereits definiert, hat der Unternehmer geplant, q_i Produkteinheiten pro Jahr, nämlich (0,1), (1,2) ---, mit Hilfe der neu anzuschaffenden Anlageeinheiten zu erzeugen. Hierbei sind dann $(g_i+\omega_i)q_i F_{LN}(Q_{it})$ die zu erwartenden Fehlmengenkosten zum Zeitpunkt t. Dagegen bezeichnet $(\lambda_i+rp_i)q_i(1- F_{LN}(Q_{it}))$ die Leer- und Zinskosten zum Zeitpunkt t.

Wie aus der Tabelle 4 abzulesen ist, lauten die Werte der Koeffizienten des ersten Projekts wie folgt: $g_1=1$, $\omega_1=3$, $q_1=60$, $\lambda_1=3.25$ und $rp_1=0.05x5=0.25$.
Der Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Nachfrage dieses Projekts zum Zeitpunkt t_o, d.h. 4 läßt sich aus der Tabelle 5 ablesen: $F_{LN}(Q_{it_o}) = F_{LN}(Q_{14}) = 1$.
Damit können die Fehlmengenkosten-, Leer- und Zinskosten wie folgt konkret berechnet werden:

(A-3) $-(g_1+\omega_1)q_1 F_{LN}(Q_{14}) = -((1+3)x60x1) = -240$

(A-4) $(\lambda_1+rp_1)q_1(1- F_{LN}(Q_{14})) = (3.25+.25)x60x(1-1)$
$= 0.$

Die in dieser Weise berechneten Werte des anderen Projekts zu verschiedenen Zeitpunkten sind in Spalte 4 und 5 der Tabelle 6,7 und 8 angegeben.

Die Kostenfunktion H ist, wie bereits bewiesen, am Anfang konkav und bleibt konvex im Zeitintervall $(t^+_{-n}, t_o]$ oder $(t^-_{-n}, t_o]$. Dabei ergab sich, daß die Fehlmengenkosten

als Komponenten von H ein negatives Vorzeichen besitzen. Man kann daher erst nach Addition [1] von $(g_1+\omega_1)q_i$ zu der Summe der berechneten Werte von (A-3) und (A-4) beurteilen, ob die Kurve von H unterhalb der Linie $\bar{p}_i$ bleibt, d.h. ob die zu erwartende Fehlmengenkostenersparnis die Investitionsausgaben, Leer- und Zinskosten decken kann. Als Ergebnis der Berechnung folgt

$$\begin{aligned} -240 + 0 + (g_1+\omega_1)q_1 &= -240 + 0 + (1+3)\times 60 \\ &= 0 \\ &\leq \bar{p}_1 = 150 . \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich die Folgerung, daß die Kurve von H unterhalb der Linie $(g_i+\omega_i)q_i - \bar{p}_i$ bleibt. Analog wurden die verschiedenen optimalen Investitionszeitpunkte des zweiten und dritten Projekts berechnet, und in der 6-ten Splate der Tabelle 6,7 und 9 angegeben.

---

1) Damit wird wieder der bei der Modifikation vernachlässigte Wert $(g_i+\omega_i)q_i$ berücksichtigt.

Anhang 3. Berechnung des Gegenwartsgewinns C_{it} für die prozyklischen Projekte

t \ i	1	2	3
1	$10x3+100x3xe^{-0.05}$ $+180x3xe^{-0.05x2}$ $+210x3xe^{-0.05x3}$ $+3x10(0.05^{-1}(1-1.05^{6}))$ $e^{-0.05x4}$ -150 -232.65 $-239.95xe^{-0.05}$ $-239.99xe^{-0.05x2}$ $-240xe^{-0.05x3}$ $=434.67$	$10x1.5+20x1.5xe^{-0.05}$ $+120x1.5xe^{-0.05x2}$ $+160x1.5xe^{-0.05x3}$ $+8x1.5(0.05^{-1}$ $(1-1.05^{6}))e^{-0.05x4}$ -80 -88.40 $-89.43xe^{-0.05}$ $-89.99xe^{-0.05x2}$ $-89.99xe^{-0.05x3}$ $=50.11$	$3+5xe^{-0.05}$ $+10xe^{-0.05x2}$ $+80xe^{-0.05x3}$ $+100xe^{-0.05x4}$ $+140xe^{-0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $e^{-0.05x6}$ $-30-47.09$ $-47.98xe^{-0.05}$ $-49.09xe^{-0.05x2}$ $-49.98xe^{-0.05x3}$ $-49.99xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x5}$ $=-43.14$
2	$100x3xe^{-0.05}$ $+180x3xe^{-0.05x2}$ $+210x3xe^{-0.05x3}$ $+3x10(0.05^{-1}(1-1.05^{6}))$ $e^{-0.05x3}$ $-150xe^{-0.05}$ $-239.95xe^{-0.05}$ $-239.99xe^{-0.05x2}$ $-240xe^{-0.05x3}$ $=650.45$	$20x1.5xe^{-0.05}$ $+120x1.5xe^{-0.05x2}$ $+160x1.5xe^{-0.05x3}$ $+8x1.5(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{6})e^{-0.05x3}$ $-80xe^{-0.05}$ $-89.43xe^{-0.05}$ $-89.99xe^{-0.05x2}$ $-89.99xe^{-0.05x3}$ $=127.94$	$5xe^{-0.05}$ $+10xe^{-0.05x2}$ $+80xe^{-0.05x3}$ $+100xe^{-0.05x4}$ $+140xe^{-0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $e^{-0.05x5}$ $-30xe^{-0.05}$ $-47.98xe^{-0.05}$ $-49.08xe^{-0.05x2}$ $-49.98xe^{-0.05x3}$ $-49.99xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x5}$ $=-17.26$

3	$180x3xe^{-0.05x2}$ $+210x3xe^{-0.05x3}$ $+3x10(0.05^{-1}(1-1.05^{6}))$ $e^{-0.05x2}$ $-150xe^{-0.05x2}$ $-239.99xe^{-0.05x2}$ $-240xe^{-0.05x3}$ $=607.45$	$120x1.5xe^{-0.05x2}$ $+160x1.5xe^{-0.05x3}$ $+8x1.5(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{6})e^{-0.05x2}$ $-80xe^{-0.05x2}$ $-89.99xe^{-0.05x2}$ $-89.99xe^{-0.05x3}$ $=192.83$	$10xe^{-0.05x2}$ $+80xe^{-0.05x3}$ $+100xe^{-0.05x4}$ $+140xe^{-0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $-30xe^{-0.05x2}$ $-49.98xe^{-0.05x3}$ $-49.99xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x5}$ $=24.37$
4	$210x3xe^{-0.05x3}$ $+3x10(0.05^{-1}(1-1.05^{6}))$ $e^{-0.05}$ $-150xe^{-0.05x3}$ $-240xe^{-0.05x3}$ $=351.05$	$160x1.5xe^{-0.05x3}$ $+8x1.5(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{6})e^{-0.05}$ $-80xe^{-0.05x3}$ $-89.99xe^{-0.05x3}$ $=118.06$	$80xe^{-0.05x3}$ $+100xe^{-0.05x4}$ $+140xe^{-0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $e^{-0.05x3}$ $-30xe^{-0.05x3}$ $-49.98xe^{-0.05x3}$ $-49.99xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x5}$ $=41.26$
5	$3x10(0.05^{-1}(1-1.05^{6}))$ $-150xe^{-0.05x4}$ $=29.27$	$8x1.5(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{6})$ $-80xe^{-0.05x4}$ $=21.7$	$100xe^{-0.05x4}$ $+140xe^{-0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $e^{-0.05x2}$ $-30xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x4}$ $-49.99xe^{-0.05x5}$ $=34.28$
6			$140xe^{0.05x5}$ $+5(0.05^{-1}(1-1.05^{4}))$ $+30xe^{-0.05x5}$ $+49.99xe^{-0.05x5}$ $=-6.56$

Anhang 4 : Die Berechnung des Gegenwartsgewinns der antizyklischen Projekte 1,2 und 3

t \ i	1	2	3
1	$60x1.9$ $+60x1.9xe^{-0.05}$ $+70x1.9xe^{-0.05x2}$ $+80x1.9xe^{-0.05x3}$ $+80x1.9xe^{-0.05x4}$ $+30x1.9xe^{-0.05x5}$ $x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5}))$ $-90-39.75$ $-90.04xe^{-0.05}$ $-114xe^{-0.05x2}$ $-125.99xe^{-0.05x3}$ $-130.98xe^{-0.05x4}$ $=255.80$	$20x1.4$ $+50x1.5xe^{-0.05}$ $+70x1.4xe^{-0.05x2}$ $+6ox1.4xe^{-0.05x3}$ $+65x1.4xe^{-0.05x4}$ $+20x1.4x(0.05^{-1}($ $1-1.05^{-5})xe^{-0.05x5}$ $-60-41.72$ $-31.82xe^{-0.05}$ $-62.51xe^{-0.05x2}$ $-87.48xe^{-0.05x3}$ $-92.49xe^{-0.05x4}$ $=85.73$	$80x2$ $+190xe^{-0.05}$ $+180xe^{-0.05x2}$ $+170xe^{-0.05x3}$ $+160xe^{-0.05x4}$ $+40x2x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})xe^{-0.05x5}$ $-100-223.51$ $-27o.4xe^{-0.05}$ $-317.78xe^{-0.05x2}$ $-330.31xe^{-0.05x3}$ $-342.37xe^{-0.05x4}$ $=237.77$
2	$60x1.9xe^{-0.05}$ $+70x1.9xe^{-0.05x2}$ $+80x1.9xe^{-0.05x3}$ $+80x1.9xe^{-0.05x4}$ $+30x1.9xe^{-0.05x4}$ $x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5})$ $-90xe^{-0.05}$ $-90.04xe^{-0.05}$ $-114xe^{-0.05x2}$ $-125.99xe^{-0.05x3}$ $-130.98xe^{-0.05x4}$ $=165.15$	$50x1.4xe^{-0.05}$ $+70x1.4xe^{-0.05x2}$ $+60x1.4xe^{-0.05x3}$ $+65x1.4xe^{-0.05x4}$ $+20x1.4x(0.05^{-1}($ $1-1.05^{-5})xe^{-0.05x4}$ $-60xe^{-0.05}$ $-31.82xe^{-0.05}$ $-62.51xe^{-0.05x2}$ $-87.48xe^{-0.05x3}$ $-92.49xe^{-0.05x4}$ $=101.45$	$190x2xe^{-0.05}$ $+180x2xe^{-0.05x2}$ $+170x2xe^{-0.05x3}$ $+160x2xe^{-0.05x4}$ $+40x2x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})xe^{-0.05x4}$ $-100xe^{-0.05}$ $-270.4xe^{-0.05}$ $-317.78xe^{-0.05x2}$ $-330.31xe^{-0.05x3}$ $-342.37xe^{-0.05x4}$ $=321.13$

3	$70x1.9xe^{-0.05x2}$ $+80x1.9xe^{-0.05x3}$ $+80x1.9xe^{-0.05x4}$ $+30x1.9xe^{-0.05x3}$ $x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5})$ $-90xe^{-0.05x2}$ $-125.95xe^{-0.05x3}$ $-130.98xe^{-0.05x4}$ $-114xe^{-0.05x2}$ $=187.94$	$70\ x1.4xe^{-0.05x2}$ $+60x1.4xe^{-0.05x3}$ $+65x1.4xe^{-0.05x4}$ $+20x1.4x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})xe^{-0.05x3}$ $-60xe^{-0.05x2}$ $-62.51xe^{-0.05x2}$ $-87.48xe^{-0.05x3}$ $-92.49xe^{-0.05x4}$ $=77.60$	$180x2xe^{-0.05x2}$ $+170x2xe^{-0.05x3}$ $+160x2xe^{-0.05x4}$ $+40x2x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5}))$ $xe^{-0.05x3}$ $-100xe^{-0.05x2}$ $-317.78xe^{-0.05x2}$ $-330.31xe^{-0.05x3}$ $-342.37xe^{-0.05x4}$ $=235.86$
4	$80x1.9xe^{-0.05x3}$ $+80x1.9xe^{-0.05x4}$ $+30x1.9xe^{-0.05x2}$ $x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5})$ $-90xe^{-0.05x3}$ $-125.95xe^{-0.05x3}$ $-130.98xe^{-0.05x4}$ $=183.33$	$60x1.4xe^{-0.05x3}$ $+65x1.4xe^{-0.05x4}$ $+20x1.4x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})xe^{-0.05x2}$ $-60xe^{-0.05x3}$ $-87.48xe^{-0.05x3}$ $-92.49xe^{-0.05x4}$ $=52.94$	$170x2xe^{-0.05x3}$ $+160x2xe^{-0.05x4}$ $+40x2x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5}))$ $xe^{-0.05x2}$ $-100xe^{-0.05x3}$ $-330.31xe^{-0.05x3}$ $-342.37xe^{-0.05x4}$ $=215.72$
5	$80x1.9xe^{-0.05}$ $+30x1.9xe^{-0.05}$ $x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5})$ $-90xe^{-0.05x4}$ $-130.98xe^{-0.05x4}$ $=181.42$	$65x1.4xe^{-0.05x4}$ $+20x1.4x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})xe^{-0.05}$ $-60xe^{-0.05x4}$ $-92.49xe^{-0.05x4}$ $=64.77$	$160x2xe^{-0.05x4}$ $+40x2x(0.05^{-1}(1-1.05^{-5}))$ $xe^{-0.05}$ $-100xe^{-0.05x4}$ $-342.37xe^{-0.05x4}$ $=228.70$
6		$26x1.4x(0.05^{-1}(1$ $-1.05^{-5})$ $-60xe^{-0.05x5}$ $=74.42$	

Abkürzungsverzeichnis

HBR	Harvard Business Review
M.S.	Management Science

Literaturverzeichnis

Aitchison, I. and Brown, I.A.C., The Lognormal Distribution, Cambridge University Press, Cambridge England 1963.

Albach, H., Investition und Liquidität, Wiesbaden 1962.

Andrews, K.R., Product Diversification, HBR, vol. 29 No.7, July 1951, S. 91-107

Ansoff, J.H., Strategies for Diversification, HBR, vol. 35, No.5, Sep./Oct. 1963, S. 67-73.

Bonaventura, E., Der Zusammenhang zwischen der Investitionspolitik der Betriebe und den Konjunkturschwankungen, Diss. Graz, Selbstverlag Donauwörth 1963.

Büschgen, H.E., Das Unternehmen im Konjunkturwandel, Berlin-Bielefeld-München 1971.

Chazeau, M.G. de, Regularization of Fixed Capital Investment by the Firm, in : National Bureau of Economic Research; "Regularization of Business Investment", Princeton 1954, S. 82.

Churchman, C.W., Ackoff, R.L. und Arnoff, E.L., Operations Research, Eine Einführung in die Unternehmensforschung, 3. Auflage, Wien-München 1966.

Dean, J., Capital Budgeting, Columbia University Press, New York 1951.

Düspohl, H., Konjunkturschwankungen als Problem der Absatzpolitik, Diss. Köln 1962.

Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd.2, Der Absatz, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 10. Aufl.,1967.

Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Bd.1, Die Produktion, Berlin-Heidelberg-New York, 15. Aufl., 1969.

Hadley, G., Analysis of Inventory Systems, Prentice-Hall 1963.

Hausman, W.H., Sequential Decision Problems: A Model to Exploit Forecasters, in : M.S., vol.16, No.2(1969), pp. 93-111.

Herbert, G., Wachstum und Konjunktur, in : Wachstum und Konjunktur, herausg. von Gottfried Bombach, Darmstadt und Opladen 1960.

Hierte, K., Wie kann durch Werbung und sonstige aktive Marketing-Verkaufsanstrengungen der Wirkung einer Rezession begegnet werden ? in : Jacob, H., Unternehmungspolitik bei schwankender Konjunktur, Wiesbaden 1967.

Marglin, S.A., Approaches to Dynamic Investment Planning, Amsterdam North-Holland 1963.

Mertens, D., Wachstumsindustrien, Ein Beitrag zur partiellen Konjunkturbeabachtung, in : Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, herausg. vom Deutschen Institut für Wirtschaftsforschung, Berlin 1960.

Miller, S.S., The Management Problems of Diversification, New York-London 1963.

Moore, G.H. and Shinkin, J., Indicators of Business Expansion and Contractions, National Bureau of Economic Research, New York 1967.

Nemhauser, G.L., Introduction to Dynamic Programming, John Wiley & Sons, Inc. New York 1966.

Ortlieb, H.O., Prognosen der wirtschaftlichen Entwicklung als Entscheidungshilfe für die Unternehmung, in : Jacob, H., Aktive Konkunkturpolitik der Unternehmung, Wiesbaden 1968.

Schneider, E., Wirtschaftlichkeitsrechnung, 8. Aufl., Tübingen-Zürich 1968.

Lebenslauf

Am
31.Oktober 1938 wurde ich, Kee Dug Lee, als fünfter Sohn von Herrn Chun Hwan Lee und seiner Ehefrau Kumee, geb. Uh in Seoul Korea geboren.

Der Besuch der Volksschule erfolgte in den Jahren von

März 1945

bis

Februar 1951.

Anschließend besuchte ich das Gymnasium " The Attached Senior High School, Educational Colledge of Seoul National University " in Seoul Korea. Meine Gymnasialzeit beendete am
29.Februar 1958 mit der Reifeprüfung.

Im Sommer Semester des gleichen Jahres nahm ich das Studium von " Business Administration " an der " Hankuk University of Foreign Studies " in Seoul Korea auf. Am
25.Februar 1964 erhielt ich von dieser Universität "B.A. Grad".

Im
SS 1964 setzte ich das Studium der Betriebswirtschaftslehre an " Graduate School of Korea University" in Seoul Korea fort. Während meines Studiums war ich drei Jahre lang als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Institut " Business Research Center " an der Universität Korea tätig.

Im
WS 1966/67 bestand ich Magisterprüfung für Betriebswirte.

	Im
SS 1969	setzte ich als DAAD Stipendiat mein Studium zur Promotion bei Professor Albach an der Universität Bonn fort.
	Ab
SS 1970	begann ich mit der Literatur- und Materialsammlung meiner Dissertation.